



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO



FACULTAD DE ECONOMÍA

**“DELIMITACIÓN DEL NÚMERO ÓPTIMO DE TÍTULOS EN LA CONFORMACIÓN
DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN.”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
LICENCIADO EN ACTUARÍA**

PRESENTA:

EDUARDO GARCIA NAVARRETE

ASESOR:

M. EN A. NATALIE RAMIREZ CARMONA

REVISORES:

Dr. EN A. OSWALDO GARCIA SALGADO

M. EN A. ALEJANDRO ALANIS CHICO

TOLUCA, ESTADO DE MÉXICO

DICIEMBRE 2022

Índice

Introducción	5
Capítulo I. Teoría de selección de portafolios de inversión	11
1.1 Modelo clásico de Markowitz	13
1.2 Distintas metodologías aplicadas a partir del modelo de Markowitz.....	15
1.2.1 Enfoque estocástico	15
1.2.2 EWMA	16
1.2.3 Black-Litterman	16
1.2.4 Algoritmo de causalidad.....	17
1.3 Modelo CAPM y la línea del mercado de capitales	18
1.3.1 Línea de mercado de capitales.....	21
1.4 Distintos métodos de solución al problema de optimización	22
1.4.1 Simplex.....	22
1.4.2 Modelo multiobjetivo	23
1.4.3 Solver.....	25
1.4.4 Multiplicadores de Lagrange	25
1.4.5 Métodos heurísticos	27
1.4.6 Redes Neuronales	29
1.4.7 Algoritmos Genéticos.....	29
1.4.8 Búsqueda Tabú	32
1.4.9 Otros	33
Capítulo II. Mercado bursátil y teoría de portafolios de inversión.....	36
2.1 Mercado bursátil.....	37
2.2 Bolsa mexicana de valores	39
2.2.1 Historia	40
2.2.2 Funciones.....	41
2.2.3 IPC.....	42
2.3 Bolsa de valores de Nueva York.....	44
2.3.1 Historia	46
2.3.2 Funciones.....	47
2.3.3 S&P 500.....	48

2.4 Portafolio de inversión	51
2.4.1 Riesgo	51
2.4.2 Perfil del inversionista	54
2.5 Teoría de portafolios	56
2.5.1 Modelo de Markowitz	57
2.5.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM).....	61
Capítulo III. Algoritmos Genéticos.....	66
3.1 Algoritmo Evolutivo	67
3.2 Historia de los algoritmos	69
3.2.1 Orígenes biológicos	70
Supervivencia del más fuerte.....	72
3.3. Función del AG	73
3.4 Operadores genéticos	77
3.4.1 Selección.....	78
3.4.2 Cruce	81
3.4.3 Mutación.....	85
3.5. Aplicación a la optimización de portafolios de inversión	86
Capítulo IV. Optimización de portafolios.....	88
4.1 Muestra.....	89
4.2 Estadísticas y rendimientos de las acciones	93
4.3 Construcción de portafolios	97
4.4 Proceso de optimización de portafolios.....	100
4.5 Resultados	106
4.5.1 Acciones Nacionales.....	106
4.5.2 Acciones Extranjeras	111
Conclusiones	117
Referencias.....	120
Anexos	126

Figura 1 Esquema general del capítulo I	12
Figura 2 Línea de tiempo de portafolios de inversión.....	35
Figura 3 Esquema general del capítulo II	36
Figura 4 Clasificación sectorial de la BMV	43
Figura 5 Esquema general del capítulo III	67
Figura 6 Estructura de un algoritmo evolutivo	68
Figura 7 Principales métodos de la computación evolutiva.....	69
Figura 8 Estructura de un algoritmo genetico	76
Figura 9 Cruce de 1 punto.....	83
Figura 10 Cruce de 2 puntos	83
Figura 11 Cruce uniforme	84
Figura 12 Esquema general del capítulo IV.....	88
Grafica 1 Número de empresas por sector en el S&P 500.....	48
Grafica 2 Línea de mercado de capitales	62
Grafica 3 CAPM.....	63
Grafica 4 Frontera eficiente portafolio 2a.....	104
Grafica 5 Ponderaciones óptimas para el portafolio 2a	104
Grafica 6 Máximo rendimiento de los portafolios con acciones nacionales.....	106
Grafica 7 Ponderaciones de acciones para los portafolios con acciones nacionales.....	107
Grafica 8 Rendimiento promedio de los portafolios con acciones nacionales	108
Grafica 9 Generaciones de individuos en el AG para los portafolios de acciones nacionales.....	109
Grafica 10 Restricción máxima y distancia promedio de individuos en el AG para los portafolios de acciones nacionales	110
Grafica 11 Tasa de propagación de los individuos en el AG para los portafolios de acciones nacionales.....	111
Grafica 12 Máximo rendimiento de los portafolios con acciones extranjeras	111
Grafica 13 Ponderaciones de acciones para los portafolios con acciones extranjeras	112
Grafica 14 Rendimiento promedio de los portafolios con acciones extranjeras.....	113
Grafica 15 Generaciones de individuos en el AG para los portafolios de acciones extranjeras	114
Grafica 16 Restricción máxima y distancia promedio de individuos en el AG para los portafolios de acciones extranjeras	115

Grafica 17 Tasa de propagación de los individuos en el AG para los portafolios de acciones extranjeras	116
Grafica 18 Rendimiento y riesgo promedio de los portafolios	118
Tabla 1	44
Tabla 2	49
Tabla 3 Sectores según GICS	89
Tabla 4 Muestra de acciones seleccionadas, nacionales y extranjeras.	90
Tabla 5 Emisoras de acciones de México.	91
Tabla 6	92
Tabla 7 Gráficos estadísticos de las acciones.	94
Tabla 8 Rendimiento esperado y riesgo por acción	96
Tabla 9 Portafolios con acciones nacionales.....	98
Tabla 10 Portafolios con acciones extranjeros.....	99
Tabla 11 Resultados de la optimización del portafolio 2a.....	103
Tabla 12 Riesgo y rendimiento del portafolio 2a	105
Tabla 13 Meticas del desempeño del AG del portafolio 2a.....	105
Tabla 14 Comparativo entre el riesgo y rendimiento promedio de acciones nacionales y extranjeras	117

Introducción

La economía día a día se encuentra en constante cambio, por ello los inversionistas están expuestos a incertidumbre en la toma de decisiones en un mercado competitivo, buscando alternativas de financiamiento para hacer frente a estas contingencias y acrecentar su patrimonio.

Existen diversas alternativas que ayudan a los inversionistas a obtener liquidez, y una de las principales es invertir en el mercado de valores, este mercado ofrece distintas opciones de inversión entre las cuales destaca invertir en acciones emitidas por las empresas que lo conforman que ofrece la mayor rentabilidad. Invertir en acciones representa obtener un rendimiento que está ligado un nivel de riesgo, es por lo que los inversionistas optan por conformar portafolios de inversión que están compuestos por varias acciones que ayudan a diversificar el riesgo, es decir buscan reducir el riesgo obteniendo el máximo rendimiento.

La conformación de portafolios de inversión en acciones se centra en dos problemas principales, la diversificación, es decir los activos que conformarán el portafolio y el porcentaje de esos activos en el portafolio, ya que la finalidad es encontrar la combinación ideal que minimice el riesgo y maximice el rendimiento esperado.

Se entiende como diversificación el proceso que consiste en invertir en más de un activo financiero, con el objetivo de reducir el riesgo global sin reducir la rentabilidad requerida del portafolio como lo propuso Markowitz en 1952. Por lo anterior surge la importancia de conocer modelos que ayuden a la correcta diversificación y optimización de los portafolios de inversión.

En este contexto la hipótesis principal de este trabajo es la siguiente: Existe un número óptimo de títulos accionarios que conforman un portafolio de inversión, que permiten minimizar el riesgo y maximizar el rendimiento esperado del portafolio. Las hipótesis secundarias cuestionan

si utilizando cierto número de activos, el portafolio de inversión conformado por acciones del IPC ofrece un mayor rendimiento a menor riesgo, en comparación con el S&P, y en segundo lugar, verificar si la técnica de algoritmos genéticos permite optimizar portafolios maximizando el rendimiento y minimizando el riesgo simultáneamente.

En cuanto al objetivo general refiere determinar las combinaciones óptimas para crear portafolios de inversión integrados por títulos que forman parte del IPC y del S&P 500, mediante la técnica de algoritmos genéticos y clasificarlos de acuerdo con el nivel de riesgo de el o los inversionistas.

Mientras que como primer objetivo específico se encuentra determinar el número de activos que conforman un portafolio de inversión óptimo y en segundo lugar identificar el nivel de rendimiento de los portafolios para clasificarlos de acuerdo al nivel de riesgo.

Dicho análisis será de utilidad para la gestión de portafolios a distintas instituciones y personas que deseen invertir su capital en el mercado accionario, teniendo así un mejor enfoque y mayor conocimiento en la toma de decisiones al momento de invertir para incrementar su rendimiento esperado, y fungirá como antecedente para futuros trabajos académicos.

Por lo descrito anteriormente, el presente trabajo tiene la finalidad de presentar un análisis y conformación de diferentes portafolios de inversión óptimos en dos diferentes mercados, nacional y extranjero, realizando combinaciones de acciones para cada mercado, y de acuerdo con el número de activos encontrar un óptimo en la cantidad de acciones que conforman estos portafolios, teniendo en consideración el mayor rendimiento posible en función de su nivel de riesgo.

Se toma como referencia la construcción de los portafolios mediante el enfoque de la teoría moderna del portafolio descrita por Markowitz en 1952 y se implementará el método de

algoritmos genéticos multiobjetivo para la optimización de los portafolios apoyándose en el software Matlab (2015).

Los portafolios serán conformados por 18 acciones que pertenecen al IPC, principal índice bursátil de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) para el mercado nacional y 18 acciones de uno de los índices bursátiles con mayor referencia en la Bolsa de Nueva York, el S&P 500 para el caso del mercado extranjero, se recabaron los datos de forma mensual del precio de cierre de las 36 acciones previamente seleccionadas obtenidos de la página de internet Yahoo Finanzas comprendiendo un periodo de 18 años que va de Diciembre de 1999 a Diciembre 2018. El presente trabajo está conformado por cuatro capítulos los cuales se describen a continuación.

En el capítulo uno abordaremos diversas investigaciones enfocadas a la conformación de portafolios de inversión a partir de la teoría de selección de portafolios desarrollada por Markowitz en 1952, así como distintas metodologías utilizadas para resolver el problema de optimización de la cartera y aportaciones importantes recopiladas de los diferentes trabajos.

Por lo que se refiere al capítulo dos se explica que es el mercado bursátil y su importancia en la economía, también conoceremos las principales entidades financieras encargadas de las operaciones del mercado de valores en México y Estados Unidos, así como los principales índices bursátiles que representan a cada país y sus componentes. Además de conceptos generales que ayudaran al lector a comprender mejor que es un portafolio de inversión y la introducción al modelo clásico de portafolios de inversión creado por Markowitz.

En el capítulo tres se exponen la incorporación de los Algoritmos Genéticos (AG) al problema de optimización de portafolios de inversión desde los antecedentes históricos en sus orígenes biológicos, como están estructurados, y como es su funcionamiento frente a este problema de maximización o minimización.

Para concluir en el capítulo cuatro se presenta la metodología aplicada para la construcción y optimización de los portafolios de inversión, determinando las proporciones optimas que se invertirá en cada acción implementando el método descrito en el capítulo anterior, con acciones nacionales y extranjeros que cotizan en el mercado de capitales de México y Estados Unidos respectivamente, conformando portafolios con dos y hasta diez acciones y verificando si existe un número óptimo de acciones que maximice el rendimiento de los portafolios para un determinado nivel de riesgo, haciendo una comparativa entre el caso del mercado accionario Mexicano y Estadounidense, tratando de comprobar nuestra hipótesis.

Capítulo I. Teoría de selección de portafolios de inversión

Actualmente la teoría de los portafolios de inversión se ha vuelto un tema mucho más estudiado por la necesidad de personas físicas y morales que buscan maximizar su rendimiento esperado y con ello acrecentar su capital, invirtiendo principalmente en el mercado de capitales, puesto que existe un gran número de posibilidades de inversión disponibles, lo que permite a los inversionistas elegir portafolios adecuados de acuerdo a su nivel de rentabilidad y riesgo deseados según la combinación óptima de activos.

Lo anterior representa la parte central de la teoría de portafolios, ya que el principal problema de los inversionistas es como deben conformar sus portafolios, lo que los lleva a emplear distintos métodos, entre ellos, análisis económico del mercado, pronósticos de precios, modelos matemáticos, etc., que son fundamentales en el apoyo para la toma de decisiones.

Se han realizado diversos trabajos sobre la construcción y optimización de portafolios de inversión a lo largo del tiempo, utilizando como base el trabajo publicado por Harry Markowitz en 1952 sobre la teoría de portafolios, convirtiendo este modelo en un modelo clásico para la teoría moderna de portafolios, y sustentado las bases de la construcción de las carteras por medio de la diversificación de activos, siendo la diversificación de portafolios el principal factor considerado por inversionistas en la selección de carteras para minimizar el riesgo del portafolio.

De ahí parte el principal objetivo de este trabajo el cual es ayudar a los inversionistas a conformar de manera óptima sus portafolios de inversión, es decir encontrar un número óptimo de activos que nos den siempre el máximo rendimiento esperado.

Existen distintos métodos de solución que han sido aplicados para darle solución al problema de optimización de portafolios, que tiene como principal objetivo maximizar el

rendimiento y/o minimizar el nivel de riesgo, entre los cuales en las últimas décadas han surgido los Algoritmos Genéticos y que utilizaremos para casos prácticos de este trabajo.

A continuación se muestra un esquema general del capítulo uno, donde abordaremos aplicaciones al modelo clásico de Markowitz, distintas investigaciones enfocadas a la construcción y optimización de portafolios de inversión a partir de la teoría de selección de portafolios desarrollada por Markowitz, además se presentan distintas metodologías utilizadas para resolver el problema de optimización de la cartera, aportaciones importantes recopiladas de los diferentes trabajos, así como herramientas utilizadas y conceptos que pueden ser de utilidad para ayudar al lector a comprender mejor la teoría de portafolios.

Esquema general del capítulo 1



Figura 1. Muestra el tema principal y los cuatro subtemas que se abordan en este capítulo.

1.1 Modelo clásico de Markowitz

Harry Markowitz en 1952 publicó el artículo titulado Selección de Portafolios, dando paso a diversos trabajos que se desarrollaron con base en esta teoría.

En su trabajo Markowitz plantea que cualquier inversionista a la hora de conformar su portafolio o cartera de inversión sigue una conducta racional y por lo tanto busca siempre maximizar su rendimiento esperado a un riesgo dado, o minimizar su riesgo a un rendimiento dado mediante la diversificación de activos seleccionados para integrar su portafolio.

Cuarta (2004) quien utiliza la teoría de Markowitz para conformar un portafolio de inversión con el objetivo general que consiste en aplicar la teoría de la diversificación para hallar, mediante un muestreo aleatorio de cinco empresas, el portafolio óptimo, su rendimiento esperado, su volatilidad y la proporción de activos. Con datos diarios de 5 acciones que cotizan en la Bolsa de valores de Nueva York y pertenecen a uno de los principales índices bursátiles de Estados Unidos, siendo el Dow Jones el índice que más se asemeja a la realidad del mercado estadounidense.

Fue posible encontrar el portafolio óptimo diversificando el riesgo, donde su nivel de volatilidad es menor que la volatilidad calculada individualmente, es decir, para cada activo, corroborando así que por medio de la estructuración de portafolios en el contexto de diversificación de la teoría de Markowitz es posible controlar el riesgo global del portafolio.

Como observación el autor propone incorporar el análisis fundamental y econométrico a su trabajo para que el inversionista obtenga un mayor valor agregado al momento de tomar decisiones de inversión en el mercado de capitales para transferir el riesgo entre sus activos, es decir al diversificar.

Posteriormente Cruz, et al. (2005), construyeron un portafolio con 5 acciones que cotizan en la Bolsa de valores de Colombia, con una periodicidad semanal, y aplican el enfoque de Markowitz con procedimiento de Varianza-Covarianza en el modelo matemático de programación cuadrática, maximizando el rendimiento y minimizando el riesgo del portafolio.

Llegando a la conclusión que cuando se busca minimizar el riesgo sin tener en cuenta el nivel de rentabilidad, la composición del portafolio se concentra en cuatro acciones y en la medida en que se va buscando maximizar la rentabilidad, así se tenga que incurrir en un mayor riesgo, el portafolio se concentra en solo dos acciones; por lo que es necesario diversificar el portafolio de inversión para minimizar el riesgo.

Ivanova & Dospatliev (2017) realizaron una aplicación de la teoría moderna de portafolios desarrollada por Harry Markowitz al mercado de valores de Bulgaria, conformando un portafolio de inversión, utilizando datos semanales de 50 acciones que tienen participación en la Bolsa de valores de Bulgaria, para encontrar un portafolio óptimo y construir la frontera eficiente que ayude a los inversionistas en la elección del portafolio más acorde según riesgo-rendimiento.

El estudio mostro una eficiencia en la diversificación de activos pues fue posible encontrar portafolios óptimos en la frontera eficiente con riesgos mucho menores al de los activos analizados individualmente y que ofrecen mayores rendimientos.

Estos autores fundamentan sus artículos en la teoría de Markowitz sobre conformación de portafolios de inversión, compartiendo que los tres trabajos sustentan que es posible reducir el riesgo del portafolio mediante la diversificación de activos para obtener mayor rendimiento, no importando a que mercado pertenezcan los títulos accionarios con los que se conforma un portafolio o cartera de inversión.

1.2 Distintas metodologías aplicadas a partir del modelo de Markowitz

1.2.1 Enfoque estocástico

Hubo autores que implementaron diferentes métodos, adicionándolos al modelo clásico de Markowitz, para encontrar portafolios óptimos, como es el caso de Aguilera, et al. (2012) quienes utilizaron el procedimiento de Markowitz con un enfoque estocástico, donde eligieron un grupo de tres acciones que cotizan en el mercado mexicano de valores y pertenecen al IPC, con una periodicidad diaria de los precios de estas acciones, para calcular las variables rendimiento y riesgo, y construir un portafolio de inversión, maximizando y minimizando las variables ya mencionadas respectivamente, donde se implementa el método de optimización estocástico a partir de la matriz varianza-covarianza.

Realizaron 21 simulaciones de portafolios óptimos para construir la frontera eficiente y así el inversionista pueda realizar su elección de portafolio de acuerdo con el nivel de riesgo-rendimiento.

Los resultados arrojaron que el portafolio con la mayor rentabilidad concentra el 80% de la inversión en una sola acción y el 20% restante entre las otras 2 acciones, mientras que, el portafolio con el mínimo riesgo es más diversificado ya que concentra el 50% de la inversión en un activo, 40% en otro y el 10% restante en el último activo.

Llegando a la conclusión que la diversificación es una herramienta que permite reducir el riesgo mediante la asignación de la inversión respectiva entre distintos instrumentos financieros con lo que se pretende maximizar rendimientos, y está claro que con esto el riesgo no se puede eliminar pero es posible controlarlo.

1.2.2 EWMA

Por otro lado Betancourt Bejarano, et al. (2013) aplicaron la teoría de Markowitz sobre la optimización de portafolios, calculando el riesgo del portafolio a partir de la metodología de promedio móvil ponderado exponencialmente (EWMA por sus siglas en inglés).

Seleccionaron los datos diarios de los precios de 32 acciones que se encuentran en los primeros puestos del ranking de capitalización bursátil y son las más líquidas, que cotizan en la Bolsa de Valores colombiana. Crearon un portafolio nacional compuesto por 16 acciones colombianas y un portafolio diversificado internacionalmente compuesto por 32 acciones, las 16 del portafolio nacional más 16 acciones internacionales.

Sus resultados mostraron que el portafolio diversificado internacionalmente sugiere invertir todo su capital en solo dos activos, lo que eleva el riesgo del portafolio y no va acorde con el concepto de diversificación, en cuanto a la metodología que sugieren, donde se calculó el riesgo por EWMA la diversificación es más alta en número de acciones. Ya que mediante la metodología de EWMA el portafolio nacional es el que tiene el menor riesgo, mientras que el portafolio diversificado internacionalmente ofrece un rendimiento ligeramente superior al portafolio nacional.

En cuanto al nivel de riesgo y rendimiento esperado, encontraron que constituir los portafolios de acuerdo con el resultado obtenido por desviación estándar, conlleva al inversionista a asumir un mayor nivel de riesgo que no es compensado con un mayor nivel de rentabilidad.

1.2.3 Black-Litterman

Otro trabajo similar fue el que realizaron Cárdenas, et al. (2016), quienes utilizaron la teoría de Black-Litterman que es la única que incorpora las expectativas que tienen los inversionistas sobre

los activos en los cuales destinarán su capital, como una herramienta para mejorar la selección óptima de portafolios y que mejora la estructuración de portafolios a través del modelo clásico propuesto por Markowitz.

Para la conformación del portafolio de inversión usaron datos diarios de 20 acciones pertenecientes al índice bursátil COLCAP y que cotizan en la Bolsa de valores de Colombia, para analizarlo desde dos perspectivas, minimizando el riesgo y maximizando el rendimiento del portafolio.

Los resultados que obtuvieron en cuanto a la rentabilidad en el portafolio minimizando el riesgo fue baja con un riesgo alto, mientras que en el portafolio óptimo maximizando el rendimiento, hay un considerable aumento de rendimiento en comparación con el portafolio de mínimo riesgo, pero asumiendo un riesgo más elevado.

Con lo que la aplicación conjunta de los modelos Black-Litterman y Markowitz representa una metodología para aquellos inversionistas que buscan obtener un mejor rendimiento de su portafolio de inversión y que disponen de información sobre las expectativas de los rendimientos de las acciones.

1.2.4 Algoritmo de causalidad

Un trabajo muy importante y que no solo adiciona metodología al modelo de Markowitz, sino que también muestra referencias sobre los mercados emergentes en comparación con un mercado desarrollado es el propuesto por Gómez, et al. (2017) utilizaron el modelo de mínima varianza planteado por Markowitz y un algoritmo que considera las relaciones de causalidad e integración como elementos para identificar oportunidades de diversificación.

Para comparar el desempeño en portafolios de inversión conformados con acciones de los índices bursátiles de Argentina (MERVAL), Brasil (BOVESPA), Chile (IPSA), México (IPC) y el de Estados Unidos (NASDAQ100), realizando portafolios con datos diarios de 13, 50, 35, 27 y 93 títulos accionarios respectivamente, para contrastar los resultados en mercados emergentes con un mercado desarrollado.

Los resultados obtenidos mostraron que para el caso del mercado de Brasil mostro el mejor desempeño, ya que se pudo obtener portafolios que superaron el rendimiento y al mismo tiempo disminuyeran el riesgo de su respectivo índice bursátil, mientras que para el caso de Chile y México es posible obtener portafolios de mayor rentabilidad con respecto a sus índices bursátiles pero con un mayor riesgo. Destacando que para el caso del mercado argentino no fue posible encontrar relaciones de causalidad por lo que su estrategia no se pudo aplicar a este caso.

Por último, en el caso de Estados Unidos al igual que el de Brasil, también fue posible conformar portafolios con mayor rendimiento y menos volatilidad al de su respectivo índice, pero con menores oportunidades de diversificación con respecto a los mercados de latinoamericanos.

Además del método propuesto por Markowitz para resolver el modelo de optimización de portafolios, existen distintos métodos en la literatura para realizar este procedimiento, tratando constantemente de mejorar la eficiencia en el tiempo y en algunos casos la dificultad de la solución al problema.

1.3 Modelo CAPM y la línea del mercado de capitales

Posteriormente se incorporaron distintos modelos a la construcción y optimización de carteras de inversión mediante el enfoque clásico que ya conocemos, como es el caso del modelo de valoración de activos de capital (CAPM por sus siglas en inglés).

Tal es el caso de López & González (2014) quienes realizan una aplicación de la teoría moderna de portafolios desarrollada por Harry Markowitz para la conformación de un portafolio óptimo con datos mensuales de 6 acciones pertenecientes a la Bolsa de valores de España y que supere al portafolio del índice bursátil de este país, el IBEX35 y reforzando la elección del portafolio óptimo mediante la aplicación del modelo CAPM.

Concluyeron que existe un portafolio capaz de superar al del IBEX35, y que los resultados que obtuvieron a partir de la aplicación de la teoría moderna de portafolio en el mercado accionario español mostraron que la rentabilidad promedio anual obtenida si se invirtiera en el portafolio de mercado en el período de estudio sería superior en 12,7% al IBEX35 que tiene una rentabilidad promedio anual en el mismo período del 14,8%.

Además encontraron que un portafolio óptimo debe estar compuesto por acciones de empresas que pertenezcan a los sectores de mayor incidencia en el crecimiento del PIB en el país al que pertenecen, con lo cual garantizan solides y estabilidad en el portafolio y por ende mayores rendimientos.

Por lo anterior consideran que el mercado accionario español no es eficiente y, por lo tanto, existen anomalías que pueden ser explotadas a partir de la aplicación de estrategias de arbitraje.

Córdoba, et al. (2014) por su parte construyeron un portafolio mediante la teoría de Markowitz y el modelo CAPM, para obtener la línea de frontera eficiente. Utilizaron datos mensuales de 27 acciones que cotizan en el Mercado de valores de Hong Kong en el índice Hang Seng (HSI, por sus siglas).

Construyendo la línea de frontera eficiente mediante la aplicación de un modelo que se calculó 22 veces y dividieron el conjunto de portafolios en tres secciones de acuerdo con el nivel de riesgo que el inversionista está dispuesto a tomar, conservador, moderado y agresivo.

Los resultados arrojaron que para un inversionista conservador se ofrecen portafolios con un nivel de riesgo que va de 0% a 3.3% aproximadamente, para el moderado el riesgo va de 3.4% a 6.8% y por último para el inversionista agresivo se ofrecen portafolios con un riesgo que va de 6.9% a 9.7%. Con esto corroboran la importancia de la diversificación de portafolios para la elección de carteras mediante el nivel de riesgo que cada inversionista está dispuesto a tomar.

De la misma forma Martin & Křen (2017) aplicaron la metodología de Markowitz para la construcción de las carteras de inversión y seleccionando la ponderación de los pesos de las acciones en las carteras mediante el modelo CAPM, para encontrar portafolios óptimo con 32 acciones que pertenecen al Dow Jones, uno de los principales índices bursátiles de Estados Unidos y que cotizan en la Bolsa de New York.

Construyeron 5 diferentes portafolios de inversión, siendo el primero el portafolio optimizado de acuerdo con la metodología de maximización del modelo CAPM utilizando las 30 acciones del índice, el segundo portafolio compuesto por activos con valores de beta bajos es decir con una $\beta < 1$, el tercero con activos con una beta alta, es decir con valores de $\beta > 1$, y por último dos portafolios con acciones seleccionadas de manera aleatoria.

Los resultados arrojaron que el portafolio óptimo compuesto por acciones de todo el índice alcanzó la tasa de riesgo más baja y la segunda rentabilidad más alta, el portafolio con valores con baja beta dio como resultado la tasa de rendimiento más alta, sin embargo, el riesgo de este portafolio también se incrementó, siendo incluso el segundo más alto entre los cinco portafolios, el tercer portafolio que consiste en valores de alta beta generó los rendimientos más

bajos al incurrir en alto riesgo, la primera cartera aleatoria presenta la tercera tasa de rendimiento más baja y también la tercera tasa de riesgo más baja, por último ambas características del segundo portafolio aleatorio fueron levemente menores en comparación con el primer portafolio de acciones aleatoria.

Se observa que la diversificación es fundamental en el control de riesgo del portafolio.

1.3.1 Línea de mercado de capitales.

Buenaventura Vera & Cuevas Ulloa (2005) utilizaron la teoría moderna de portafolios de Markowitz, en la composición de portafolios de inversión óptimos para activos de 3 diferentes mercados de capitales, Colombia, Europa y Estados Unidos, donde se emplea la función de maximización de la rentabilidad a riesgos definidos. También, la conformación de un portafolio óptimo utilizando la línea del mercado de capitales con una función de maximización de su pendiente.

Su estudio arroja un portafolio ampliamente dominado (88%) por la renta fija en moneda local. Esto se atribuye a la gran volatilidad que presentan los demás componentes de este, al involucrar la alta variabilidad de las acciones.

Por su parte Correa & Arroyave (2014) realizaron un trabajo que plantea la aplicación de un modelo de optimización en Excel que permite encontrar portafolios óptimos a partir de la teoría del portafolio moderno de Harry Markowitz, empleando el concepto de la línea del mercado de capitales. Utilizando datos mensuales de los precios de 30 acciones del índice Financial Times Stock Exchange (FTSE por sus siglas en inglés) que cotiza en la Bolsa de Londres (London Stock Exchange).

Obteniendo como resultado un portafolio que se concentró principalmente en 3 acciones de sectores dominantes en la economía británica, por lo que pudieron concluir que la aplicación de la teoría de Markowitz dio como resultado un portafolio diversificado. Además, ya que todas las personas buscan siempre incrementar su rendimiento pero a un nivel de riesgo distinto, por ello es de gran utilidad la frontera eficiente, ya que con ésta se selecciona la cartera óptima de inversión para cualquier tipo de inversionista.

1.4 Distintos métodos de solución al problema de optimización

1.4.1 Simplex

Existen distintas metodologías en cuanto a la solución del problema de optimización, como es el caso de Díaz (2009), quien en su trabajo utiliza el modelo matemático propuesto por Markowitz para la selección de la cartera de inversión con el máximo rendimiento y el mínimo riesgo, el cual es resuelto utilizando el método simplex y compara los resultados con los obtenidos por un método estadístico. Construyeron un portafolio de inversión usando datos con una periodicidad diaria de 3 acciones que pertenecen al índice bursátil IPC, y que cotizan en la Bolsa mexicana de valores.

Los resultados muestran que es posible determinar una cartera de inversión con el mínimo riesgo al tiempo cero, y que la cartera de inversión con el método estadístico seleccionado no corresponde a la solución determinada por el primer modelo de optimización.

Por lo que concluyen que el planteamiento de los modelos matemáticos de maximización del rendimiento, minimización del riesgo y los criterios para elegir una cartera de inversión nos proporciona los resultados suficientes para seleccionar las ponderaciones de las acciones en el portafolio.

1.4.2 Modelo multiobjetivo

Zavala, et al. (2009) conformaron un portafolio de inversión con 10 acciones que pertenecen al IPC y que cotizan en la Bolsa mexicana de valores, mediante el enfoque tradicional de Markowitz, resuelto mediante un modelo de programación lineal multiobjetivo.

Concluyeron que la composición de una cartera de inversión por medio de un modelo de programación multiobjetivo es más eficaz que maximizar el rendimiento o minimizar el riesgo de manera independiente, además los supuestos del CAPM se pueden aplicar a este modelo para reducir el espacio de búsqueda. Y la búsqueda se puede hacer sin necesidad de algoritmos evolutivos.

Por su parte Bernard Suarez, et al. (2015) emplearon el método clásico de optimización de portafolios de inversión propuesto por Markowitz para 14 acciones que cotizan en el mercado accionario colombiano, considerando en el método de las restricciones criterios de rentabilidad y riesgo relacionadas con la responsabilidad social empresarial (RSE), obteniendo un conjunto de portafolios eficientes para la aplicación de la técnica multicriterio proceso analítico jerárquico (AHP por sus siglas en ingles), realizando así un procedimiento que ayuda a la toma de decisión de los inversionistas al seleccionar un portafolio óptimo acorde a sus expectativas económicas y sociales referidas con las medidas RSE.

Sus resultados arrojaron que el portafolio que mejor cumple con los criterios establecidos en sus restricciones para RSE es el que tiene el menor riesgo, obteniendo una relación directa entre la optimización económica y el cumplimiento de los objetivos éticos y sociales por parte de las empresas.

Ya que las técnicas multicriterio y multiobjetivo están afectadas por la información que posea el tomador de decisiones, teniendo en cuenta que se basan en supuestos cualitativos y

cuantitativos, dentro de los primeros supuestos se encuentra el riesgo y rendimiento, los cuales se pueden modelar y ajustar matemáticamente, sin embargo no representan en su totalidad las preferencias que desea el inversor pues las preferencias cualitativas se dejan fuera ya que algunas no se pueden modelar tan fácilmente o no simplemente no se pueden modelar.

El procedimiento descrito en el trabajo anteriormente trata de apoyar a los inversionistas a elegir un portafolio que por parte de las emisoras de acciones cumpla sus expectativas de rentabilidad y riesgo (económicas), así como las relacionadas con características sociales y éticas.

Caso distinto al de Flores Castillo & Aguilar Cruz, (2017) que definieron criterios de elegibilidad para el inversionista en su trabajo en el cual aplicaron la teoría moderna de portafolios para 10 acciones de empresas que cotizan en la bolsa mexicana de valores, utilizando la optimización multiobjetivo para maximizar el rendimiento al mismo tiempo que se minimiza el riesgo del portafolio, tomaron en cuenta que los rendimientos de estos activos financieros no se distribuyen normalmente como lo supone la teoría del portafolio, por lo que consideran la asimetría como otro parámetro de decisión, así considerando diferentes preferencias del inversionista y realizando un comparativo entre el modelo clásico de Markowitz y cuatro escenarios distintos: (1. El inversionista decide maximizar el rendimiento, 2. el inversionista decide minimizar riesgo, 3. el inversionista maximiza la asimetría y 4. el inversionista toma en cuenta los 3 parámetros)

Concluyeron que los rendimientos de las acciones no siguen una distribución normal y los parámetros media y varianza pueden no ser suficientes para tomar una decisión, el modelo que plantean al incorporar la asimetría representa mayores alternativas para la toma de decisiones tomando en cuenta las preferencias del inversionista en un ambiente de incertidumbre, ya que la volatilidad de los activos financieros puede depender de diversos factores, como la fluctuación e información del mercado, la versatilidad de la acción, entre otros.

1.4.3 Solver

Otro método de solución al modelo de optimización es el propuesto por Camargo & Sardi (2013), que se basa en la metodología de Markowitz y el modelo CAPM para la construcción de un portafolio de inversión, utilizando Solver para resolver el modelo de minimización de varianza que optimice el portafolio constituido por los precios diarios de 4 acciones que cotizan en la Bolsa de valores de Colombia, y así construir la frontera eficiente realizando 140 simulaciones para elegir el portafolio óptimo según el nivel de riesgo que está dispuesto a tomar el inversionista.

Los resultados corroboraron que la aplicación de la metodología de Markowitz en conjunto con el modelo CAPM, mejoraron la eficiencia en la conformación y optimización de portafolios de inversión, también encontraron que los portafolios óptimos tienen una participación accionaria distribuida, con lo que se minimiza el riesgo mediante la diversificación.

Además, los inversionistas y gestores de portafolios de inversión e incluso inversionistas particulares pueden utilizarlo de manera sencilla, ya que esta modelación se logra en Excel, empleando un conocimiento intermedio de manejo de este paquete.

1.4.4 Multiplicadores de Lagrange

Se han realizado trabajos similares, todos intentando buscar un método de solución más eficiente, como es el caso del método de los Multiplicadores de Lagrange, el cual es un procedimiento que reduce un modelo de n variables, a un modelo de $n + k$ variables, donde k es el número de restricciones, para poder encontrar los máximos y mínimos de las funciones, y cuyas ecuaciones pueden ser resueltas con mayor facilidad (Cruz, et al., 2013).

Un trabajo que utiliza esta metodología es el realizado por Gálvez, et al. (2010), ya que utilizan el modelo de Markowitz para la construcción de portafolios de inversión con los precios

diarios de 6 acciones en la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile, proponiendo una forma distinta de calcular la volatilidad a través de modelos GARCH y resolviendo el modelo mediante multiplicadores de Lagrange.

Realizaron 10 portafolios de inversión óptimos para construir la frontera eficiente y compararlos con el portafolio realizado para el índice bursátil IGPA, obteniendo que en cuanto al desempeño de los portafolios, todos obtuvieron mayor rentabilidad que el portafolio del índice.

Respecto a la eficiencia computacional resolver el modelo mediante multiplicadores de Lagrange es ineficiente por el alto grado de recurso de las matrices de covarianza por lo que proponen utilizar otras estrategias.

Un trabajo similar es el realizado por Cruz, et al. (2013), quienes establecen un modelo cuadrático planteado por Markowitz que se resuelve a través de las técnicas matemáticas de los multiplicadores de LaGrange, para un portafolio compuesto por los precios diarios de 5 acciones que cotizan en la Bolsa de valores de Colombia.

Obtuvieron resultados favorables en cuanto a la maximización y minimización de la rentabilidad y riesgo respectivamente, ya que la utilización de los multiplicadores de Lagrange en los procesos de optimización de portafolios, resolviendo el modelo de programación no lineal (PNL) mediante una nueva función resultante de la combinación lineal entre la función objetivo y las restricciones originales del problema planteado por Markowitz.

Por lo que concluyeron que el método es eficiente en la rapidez para calcular los porcentajes de inversión, ya que el modelo resuelto con estos multiplicadores es mucho más rápido para resolver problemas de optimización de portafolios de inversión correspondientes a variaciones de precios pequeños durante períodos cortos de tiempo y para casos de negociación diario.

1.4.5 Métodos heurísticos

Por otra parte existen autores que prefieren utilizar criterios y métodos basados en modelos heurísticos para resolver el problema de optimización de carteras de inversión.

Como es el caso de Conti G, et al. (2005), propusieron el modelo planteado por Markowitz para la optimización de portafolios de inversión, seleccionando las acciones mediante criterios heurísticos y estadísticos, para construir la frontera eficiente la cual se determina planteando y resolviendo un problema de programación no lineal o problema de programación cuadrática.

Utilizando los precios diarios de 21 acciones nacionales que cotizan en la Bolsa de valores de Caracas, para construir cuatro portafolios de inversión con 18, 16, 15 y 13 acciones respectivamente. Los resultados que obtuvieron mostraron que la mejor cartera de inversión de acuerdo con el nivel de riesgo-rendimiento es la conformada por los 18 títulos accionarios, ya que ofrece el mayor rendimiento a un menor riesgo en comparación con las otras carteras.

Por lo que concluyeron que los criterios heurísticos y estadísticos ofrecen buenas opciones de diversificación a la hora de elegir los activos que conformaran el portafolio, además es necesario conocer las preferencias del inversionista para seleccionar dentro de la frontera eficiente el portafolio que mejor se ajuste a sus objetivos de inversión.

Una metodología similar es la que proponen Cruz, et al. (2008), ya que utilizan el procedimiento clásico de Markowitz para la conformación de un portafolio de inversión con 6 acciones de la Bolsa de valores de Colombia, con un enfoque estocástico, para maximizar el rendimiento esperado a un cierto nivel de riesgo y minimizar el riesgo a un nivel esperado de rendimiento, para la optimización del portafolio lo hacen mediante la metaheurística de Branch and bound.

Los resultados obtenidos abalan y sustentan la teoría de Markowitz sobre la necesidad de diversificación, ya que, no es recomendable concentrar toda la inversión del portafolio en un solo activo. Mostraron que el portafolio de máxima rentabilidad concentra toda la inversión en una sola acción, mientras que el portafolio de mínimo riesgo diversifica la inversión entre cuatro acciones pero se obtiene una rentabilidad negativa, por lo que la composición del portafolio presenta más riesgo que rentabilidad en ambos casos.

El modelo que plantean es consistente en el sentido de excluir en muchos de los portafolios a aquellas acciones que presentaban mayor riesgo y menor rentabilidad, además, el uso de modelos estocásticos enriquece los resultados obtenidos al contar con un amplio número de escenarios obtenidos en corto tiempo.

Mientras que Gutiérrez Urzúa, et al. (2017) utilizaron el enfoque clásico de Markowitz y el modelo de media-varianza para la construcción y optimización de portafolios con datos diarios de los precios de 6 acciones en el índice de precios selectivos de acciones (IPSA) de la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile, proponiendo calcular la volatilidad a través de los modelos generalizados autorregresivos condicionalmente heterocedásticos (GARCH).

Para resolver el problema de optimización mediante una metaheurística bioinspirada, llamada colonia artificial de abejas (ABC por sus siglas en inglés), cuyo objetivo es reducir los tiempos de ejecución computacionales presentes en otras soluciones.

Encontraron que los resultados obtenidos a través del algoritmo de colonia artificial de abejas arrojan resultados bastante cercanos comparados con el modelo de media-varianza, pero con un costo computacional muy inferior, además, para ninguno de los casos, con distintos grados de aversión al riesgo de los individuos, lograron obtener portafolios con mejores resultados que los obtenidos a través de los elaborados por medio de modelos GARCH.

Con lo que lograron verificar la eficacia de optimización y la eficiencia en tiempo de solución de su algoritmo de solución en comparación con otros modelos.

1.4.6 Redes Neuronales

Existen diferentes métodos de solución, como el planteado por Conti, et al. (2005), quienes realizan una comparación de la teoría clásica de las carteras de inversión adicionando a ésta criterios heurísticos y estadísticos con patrones de selección obtenidos con redes neuronales artificiales (RNA), contra el modelo de programación cuadrática de Markowitz en la optimización de portafolios de inversión en acciones.

Para la construcción del portafolio de inversión, utilizando datos trimestrales de 13 títulos accionarios del índice de Caracas (IBC) en el mercado bursátil de Venezuela.

Encontraron homogeneidad entre los resultados de las RNA y el método media-varianza resuelto por el solver, y en algunos casos las RNA muestran superioridad en el rendimiento de la cartera. La cartera de inversión arrojada por el modelo de la Media-Varianza muestra en promedio el menor riesgo entre todas las carteras propuestas, además en un mismo periodo, el conjunto de acciones que utiliza el modelo de la media-varianza es mayor al usado por las RNA para resolver el modelo, y es debido a esto que este método genera menor riesgo.

Los autores proponen el uso de técnicas alternativas de algoritmos genéticos.

1.4.7 Algoritmos Genéticos

García León, et al. (2010) realizan una aplicación de algoritmos genéticos a la resolución del problema de optimización de portafolios de inversión planteado por Markowitz, en el mercado de capitales de México y Ecuador, utilizando datos diarios del precio de 16 acciones, para construir dos portafolios de inversión con 8 emisoras mexicanas y 8 ecuatorianas respectivamente.

Realizaron 20 portafolios óptimos con 500 iteraciones para el algoritmo genético, y obtuvieron que para el caso de México se encontraron portafolios con mayor rentabilidad en comparación con los portafolios conformados por acciones ecuatorianas.

El algoritmo genético puede producir valores no óptimos en ciertos ensayos, por que recomiendan realizar varias iteraciones para escoger el mejor resultado.

Otro trabajo similar fue el realizado por García, et al. (2015), ya que aplicaron la teoría de Markowitz para determinar el porcentaje de cada activo en cada portafolio según al sector al que pertenecen, debido a que es un problema de programación no lineal, se utilizan algoritmos genéticos para obtener el portafolio óptimo.

Posteriormente para medir el desempeño del portafolio se utilizan dos indicadores clásicos: (1) Alfa de Jensen y (2) Ratio de Sharpe; utilizan una métrica condicional que mide el número de veces que el rendimiento del portafolio supera el rendimiento promedio del mercado. El objetivo es encontrar un portafolio que maximice estos parámetros y comparar los resultados entre los diferentes sectores bajo estudio.

Los sectores de la Bolsa Mexicana de Valores para los que se construyeron los portafolios son: industrial, productos de consumo básico, materiales, productos de consumo no básico, telecomunicaciones y servicios financieros, conformados con 8, 8, 4, 3, 3 y 4 acciones pertenecientes a cada sector respectivamente.

Los resultados arrojaron que a partir de la relación riesgo-rendimiento se puede observar que el sector de servicios financieros es el que presenta el rendimiento más alto, precedido por el sector de materiales e industrial con riesgos muy diferentes donde el sector industrial es el más riesgoso, mientras que los sectores de productos de consumo básico y no básico muestran relaciones de riesgo-rendimiento muy similares y por último el sector de telecomunicaciones tiene

el rendimiento y riesgo más bajo de todos. En conclusión se obtuvieron resultados similares y más contundentes con la optimización mediante algoritmos genéticos.

Caso similar al presentado por Fernandez Cortez & Valle Cruz, (2016) quienes utilizaron el enfoque clásico de Markowitz para la construcción de un portafolio de inversión mediante el riesgo y rendimiento de los precios diarios de 5 acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, implementando el método de algoritmos genéticos para maximizar el rendimiento y encontrar un portafolio óptimo que supere al rendimiento individual de cada acción.

Los resultados que obtuvieron fueron favorables ya que el rendimiento del portafolio óptimo fue mayor al rendimiento de cada uno de los activos por separado, el portafolio óptimo se conformó de tres acciones, descartando a dos emisoras e invirtieron más del 99% en una sola acción, lo que indica que el portafolio requiere una mejor diversificación ya que se está invirtiendo todo en una sola acción.

Siguiendo una metodología similar. García, et al. (2018) por su parte, asignaron mediante el proceso de Markowitz, para un portafolios de inversión construido con datos diarios de 10 acciones pertenecientes al IPC que cotizan en la Bolsa mexicana de valores, optimizando el portafolio mediante algoritmos evolutivos.

Realizan la conformación de 2 portafolios de inversión para la elección del portafolio óptimo, como una comparación entre un algoritmo de competencia imperialista y un algoritmo genético canónico, llegando a la conclusión los algoritmos evolutivos no siempre funcionan con la misma eficiencia en distintos entornos.

Un trabajo similar es el realizado por De Greiff & Rivera (2018), quienes realizan una comparación entre el modelo clásico de Markowitz de media-varianza con la implementación de un algoritmo genético multiobjetivo para encontrar portafolios eficientes minimizando el riesgo y

maximizando la rentabilidad, teniendo en cuenta restricciones impuestas por los mercados financieros y condiciones de proyectos con exceso de liquidez, como costos de transacción, presupuesto limitado y horizontes de tiempo cortos. Ya que, ante estas condiciones y restricciones propuestas los modelos pueden generar portafolios ineficientes.

La composición del portafolio tiene una periodicidad diaria, compuesta por 24 acciones del índice COLCAP en la Bolsa de Valores de Colombia. Encontraron que, para montos bajos de inversión, los costos de transacción hacen que el algoritmo propuesto concentre la compra en pocos activos, a diferencia del modelo de Markowitz, le dan una mejor rentabilidad al inversionista.

El algoritmo genético que propusieron mostró una gran eficiencia en la optimización de portafolios de inversión con múltiples objetivos, ya que el algoritmo utiliza una población o conjunto de soluciones iniciales, así como operadores genéticos diseñados para el problema particular, los cuales ayudan al algoritmo a obtener fronteras eficientes con mayor diversidad de portafolios.

1.4.8 Búsqueda Tabú

En su trabajo Martínez Torrez, et al. (2004) muestran una metodología para la conformación de portafolios de inversión basada en simulación y optimización bajo incertidumbre para generar una estrategia de compra y venta de acciones, realizando una comparativa entre mercados accionarios de dos países, seleccionaron las 10 acciones más bursátiles del mercado de valores de Colombia y en el caso de la bolsa de Nueva York las 30 acciones que forman parte del índice Dow Jones para generar una comparación directa con el comportamiento de dicho índice.

Para ello emplean la metodología clásica del modelo de Markowitz y el modelo de mercado de Sharpe, enfocándose principalmente en la conformación de la cartera utilizando una metodología basada en modelos de pronóstico y series sintéticas para pronosticar los precios

futuros de los títulos accionarios seleccionados y optimizando el portafolio usando Búsqueda Tabú para generar las mejores políticas de compra y ventas de acciones en periodos de una semana.

Obtuvieron rentabilidades del 2% en un mes y 18% en tres meses para los mercados colombiano y estadounidense respectivamente. Mostrando que con una metodología apropiada la inversión en acciones puede ser más favorable a corto plazo que a largo plazo, además encontraron que la estructura de su metodología toma ventaja cuando se trata de una estrategia completa de compra y venta de acciones superando así al modelo de Markowitz y Sharpe que dieron resultados menos favorables en el corto plazo, ya que estos métodos por lo general son utilizados en inversiones a largo plazo y no indican en qué momento se deben vender las acciones, solo indican que acciones se deben comprar.

1.4.9 Otros

Un trabajo de un caso particular es el que realizaron Silva, et al. (2017), quienes analizaron diferentes tipos de modelos de optimización de portafolios que combinan la desviación media absoluta (MAD) y el valor en riesgo condicional (CVaR) compararon cuatro modelos de la literatura, el propuesto por Markowitz en 1952, el modelo de programación lineal MAD propuesto por Konno y Yamazaki en 1991, el modelo de programación lineal entera mixta propuesto por Mansini y Speranza en 2005 conocido como MS y el modelo Beta propuesto por Beta Albuquerque en 2009, con el modelo Beta-CVaR propuesto y que dividieron en tres modelos diferentes con función objetivo diferente.

Conformando portafolios con 34 y 48 acciones que cotizan en el mercado de valores de Brasil pertenecientes al índice bursátil Ibovespa, con una periodicidad mensual de los datos, contemplando dos horizontes de tiempo, que van de 2004 a 2013 (31 acciones) y 2007 a 2013 (48 acciones).

Encontraron que los modelos de Markowitz y MAD generaron portafolios diversificados con menor riesgo mientras que los modelos MS, Beta y Beta-CVaR mostraron buenos resultados en términos de rendimiento esperado. Además los portafolios generados mediante los modelos Beta-CVaR dieron como resultado valores más bajos de riesgo en comparación con las carteras generadas utilizando los modelos Beta y MS, los resultados más bajos en términos de medidas de riesgo se encontraron en las carteras generadas utilizando el modelo de Markowitz, lo que puede explicarse por el hecho de que los objetivos principales de este modelo son minimizar el riesgo.

En cuanto al número de activos, los grupos de portafolios conformados por 48 acciones obtuvieron mejores resultados porque generaron una cartera más diversificada en comparación a los portafolios conformados por 34 acciones.

Como conclusión el modelo clásico de Markowitz ha inspirado numerosos trabajos de investigación que toman como base la teoría moderna de portafolios descrita por Markowitz para implementar nuevos métodos de construcción y de solución a la hora de optimizar los portafolios de inversión en acciones, dichos estudios recopilados y mencionados en este capítulo que comprenden el periodo de 2004 a 2018 en su mayoría de centran en optimizar portafolios conformados por 1 a 10 acciones, mientras que solo pocos trabajos optimizan portafolios con más de 10 acciones, esto se debe en gran medida al avance de softwares y a la mejora de modelos en el transcurso de los años que permiten realizar cálculos con una mayor volumetría de datos y obtener resultados en un menor tiempo, como se muestra a continuación en la Figura 2.

Línea de tiempo de portafolios de inversión

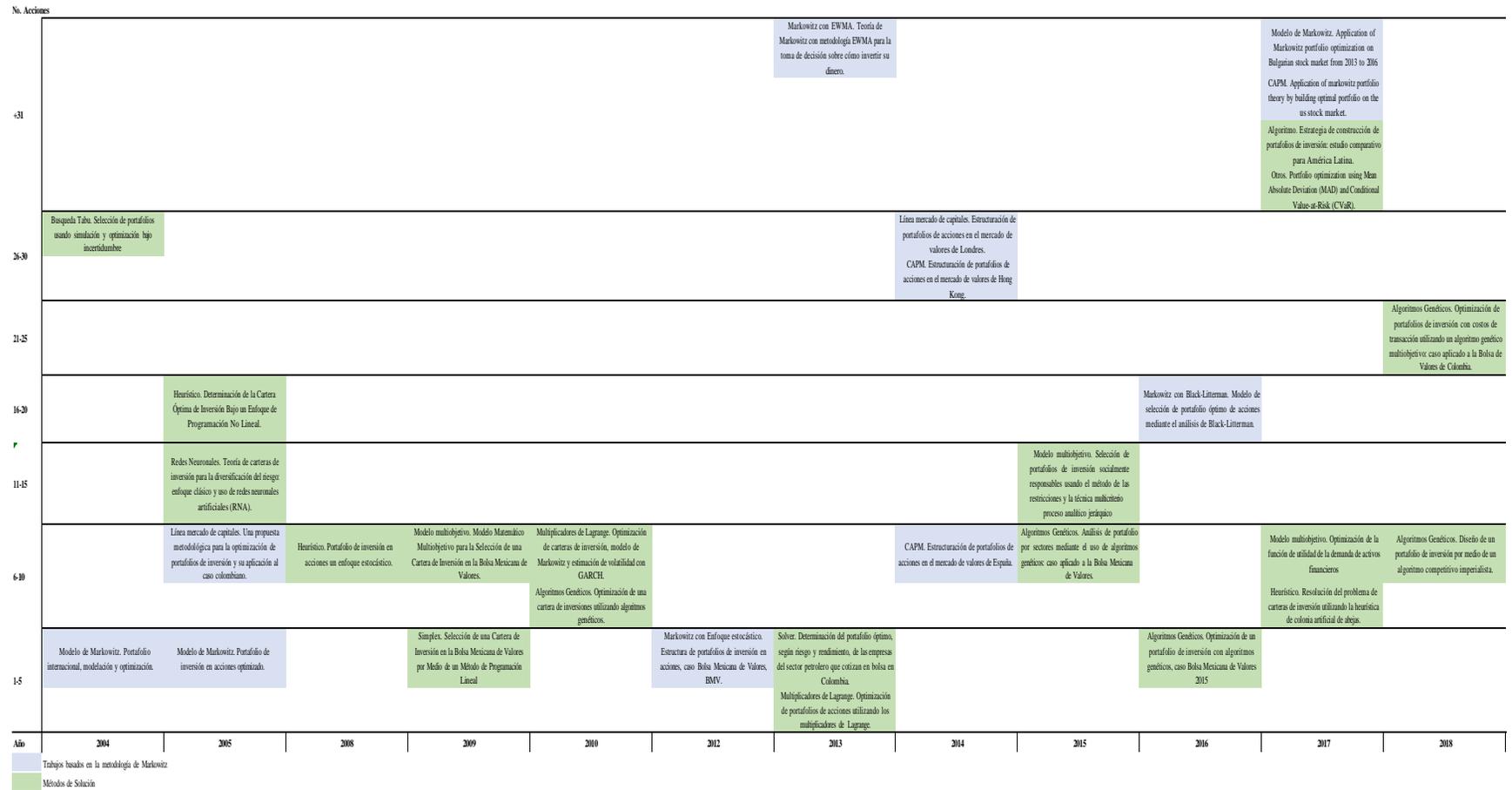


Figura 2. Línea de tiempo de metodologías utilizadas para optimización de portafolios de acciones a partir de la teoría de selección de portafolios de Markowitz, y distintos métodos de solución de 2004 a 2018.

Capítulo II. Mercado bursátil y teoría de portafolios de inversión

Cada día las empresas y los inversionistas individuales buscan constantemente proteger y acrecentar el horro de su capital financiero, adentrándose en nuevas y mejores alternativas de inversión en lo que son los mercados financieros, ya que todos están realizando un consumo constante, por ello las personas e instituciones se ven en la necesidad de ahorrar y acrecentar sus ingresos mediante inversiones, lo que significaría sacrificar consumo presente por consumo futuro.

Esquema general del capítulo II

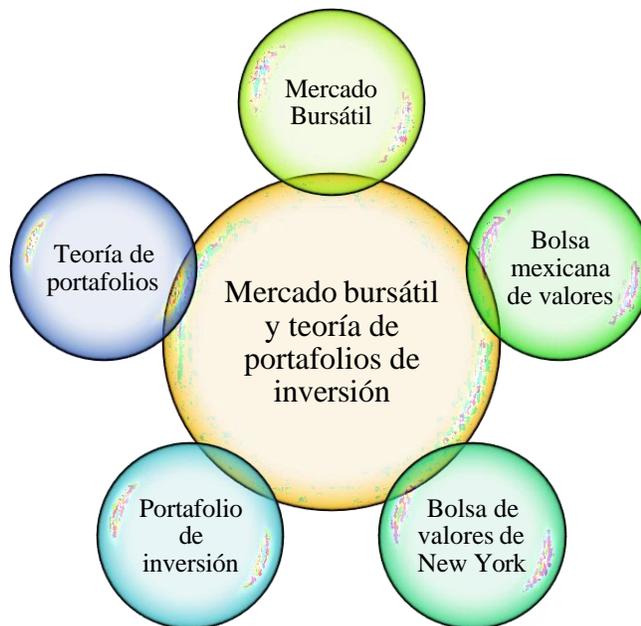


Figura 3. Muestra el tema principal y los cinco subtemas que se abordan en este capítulo.

En este capítulo se abordará que es el mercado bursátil y su importancia en la economía, también conoceremos las principales entidades financieras encargadas de las operaciones del mercado de valores en México y Estados Unidos, así como los principales índices bursátiles que representan a cada país y sus componentes. Además de conceptos generales que ayudaran al lector a comprender mejor que es un portafolio de inversión y la introducción al modelo clásico de portafolios de inversión creado por Markowitz como se ilustra en la Figura 3.

2.1 Mercado bursátil

Existen muchas formas en las que las personas pueden invertir su capital, tales como, realizar un negocio propio, en objetos de valor como joyería, piedras preciosas, antigüedades o metales preciosos, en alguna cuenta de ahorro, incluso en bienes raíces ya que los inmuebles tienden a incrementar su valor con el paso del tiempo, en fondos de inversión y títulos accionarios o acciones.

Dentro de los mercados financieros se encuentra uno de los mercados más importantes, el mercado bursátil, siendo de gran importancia porque su estructura refleja en muchas ocasiones el panorama económico de un país.

Un mercado bursátil es aquél en el que se llevan a cabo las transacciones de títulos realizados por los intermediarios bursátiles, quienes captan los recursos provenientes de ahorradores e inversionistas, nacionales y extranjeros; aplicándolos a una amplia gama de valores que responden a las necesidades de financiamiento de empresas emisoras, instituciones de crédito y organismos gubernamentales (Grupo BMV, 2015).

En estos mercados se negocian principalmente activos financieros y entre los que destacan las acciones por ser uno de los activos que genera el mayor rendimiento, haciendo partícipes a los inversionistas en la adquisición de títulos accionarios de empresas pertenecientes a distintos sectores de la economía.

La Bolsa Mexicana de Valores (BMV) define las acciones como, partes iguales en que se divide el capital social de una empresa, es decir una acción es una parte o fracción del capital social de una sociedad o empresa constituida como tal. Ya que las acciones como instrumento de inversión son altamente volátiles, muchas veces las personas no cuentan con un conocimiento

certero sobre cómo llevar a cabo una inversión en acciones, en los distintos mercados bursátiles donde cotizan las empresas que ofertan dichos títulos.

Aunque generan un alto rendimiento también es probable que se tengan pérdidas importantes al realizar una inversión en estos instrumentos, es necesario conocer técnicas o métodos de inversión que ayuden a los inversionistas a sobrellevar dichas inversiones.

Muchos inversionistas recurren a instituciones que sirven como intermediarios para realizar inversiones en el mercado accionario, tales como los fondos de inversión que se ajustan al nivel de riesgo que está dispuesto a tomar cualquier inversor. Estos fondos están constituidos por carteras o portafolios de inversión en donde se diversifica el riesgo invirtiendo no solo en un instrumento financiero, sino en más de uno que ofrezcan distintos tipos de rentabilidad y por ende distinto nivel de riesgo.

El Grupo BMV (2015) describe a las bolsas de valores de todo el mundo como instituciones creadas por las sociedades para obtener un beneficio propio, donde participan inversionistas con el fin de incrementar su capital financiero para futuras inversiones o simplemente para proteger su ahorro financiero.

Las bolsas de valores no solo constituyen una parte fundamental en el crecimiento de la economía, sino que también son mercados bien organizados que atienden a reglas previamente acordadas por todos los participantes del mercado, para contribuir a que todas las operaciones se realicen de forma equitativa y transparente. Además fungen como un motor para la economía de un país, pues permiten a las empresas y al gobierno obtener el financiamiento para continuar y desarrollar nuevos proyectos que aportan recursos y beneficios al país, además de que generan empleos.

2.2 Bolsa mexicana de valores

La Bolsa Mexicana de Valores (BMV) es una empresa establecida como sociedad anónima de capital variable según lo marca la Ley del Mercado de Valores y que opera por concesión de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores y del Banco de México.

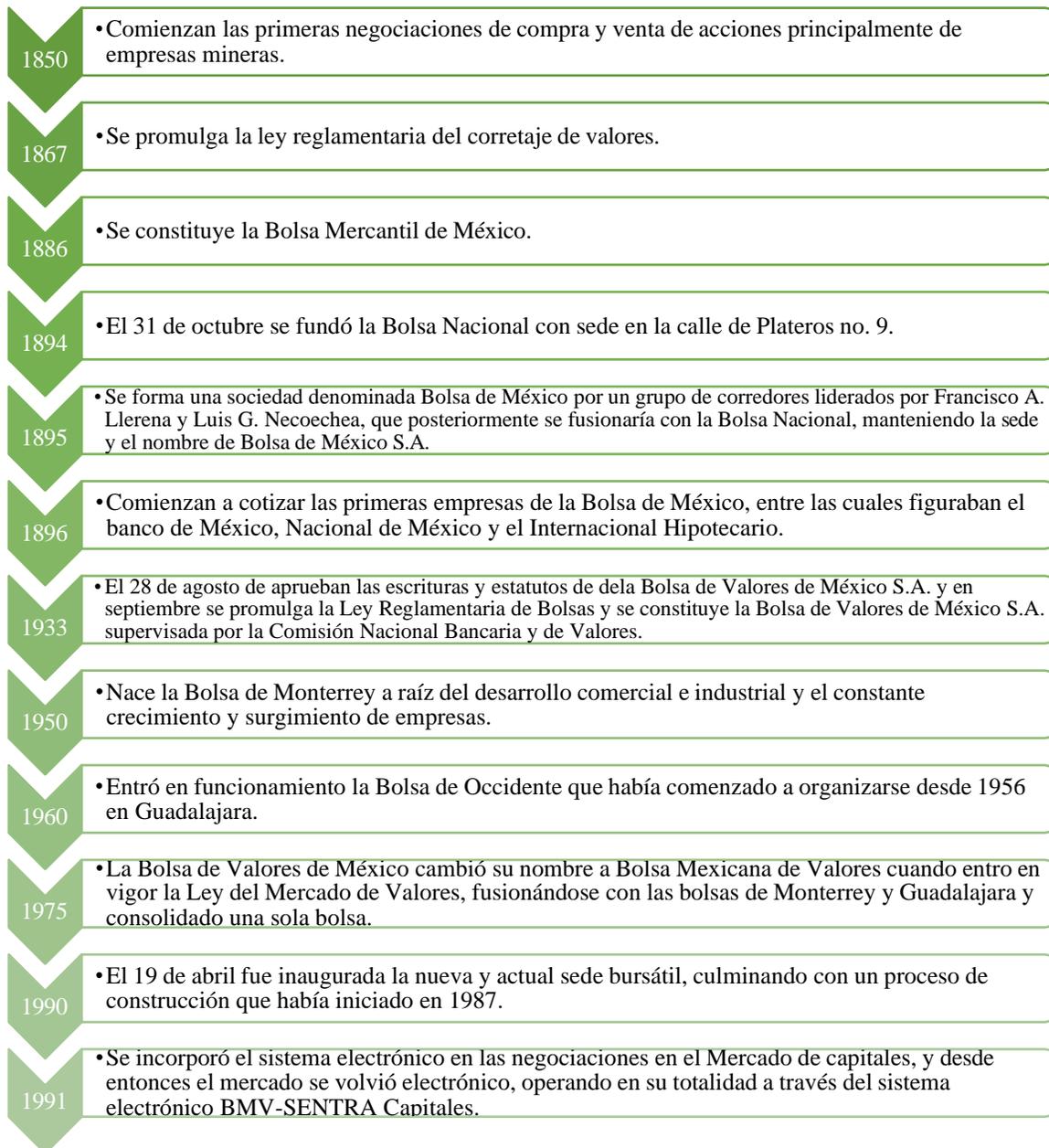
Es una entidad financiera que tiene como responsabilidad facilitar las negociaciones de los participantes en donde se realiza la compra y venta de valores, para lo cual debe establecer los mecanismos e instalaciones necesarias para que los inversionistas puedan llevar a cabo sus negociaciones (Grupo BMV, 2015).

La Bolsa Mexicana de Valores tiene su sede en la Ciudad de México, opera en efectivo, derivados cotizados y mercados over the counter o extrabursátiles (OTC por sus siglas en inglés) para múltiples clases de activos, que incluyen acciones, renta fija y fondos, brinda facilidades y mecanismos como auxiliar en la relación de oferta y demanda de valores, certificados de crédito y demás documentos inscritos en el Registro Nacional de Valores, así como servicios de suscripción, oferta y canje de valores.

La empresa también ofrece servicios de custodia, compensación y liquidación, y productos de datos para la comunidad financiera local e internacional, además emite regulaciones que establecen estándares y pautas operativas y de conducta para promover prácticas de mercado justas y equitativas en el mercado de valores e impone medidas disciplinarias y correctivas en caso de incumplimiento obligatorio para las casas de bolsa y los emisores con valores cotizados en la misma (Verizon Media, 2017).

2.2.1 Historia

Línea de tiempo: Historia de la Bolsa Mexicana de Valores.



Fuente: Grupo BMV (2015).

2.2.2 Funciones

La Bolsa Mexicana de Valores fomenta el desarrollo económico de México, junto a empresas del sector financiero, y se ha consolidado como una institución que contribuye al crecimiento del país mediante la inversión productiva y generadora de empleos.

Tiene como objetivo brindar y facilitar las transacciones con valores, así como fomentar el desarrollo, competitividad y expansión del mercado de valores en México y el mundo, fungiendo como un foro donde se llevan a cabo dichas operaciones.

La BMV tiene como principales funciones:

- Proveer mecanismos e instalaciones que proporcionen la facilidad de realizar operaciones de compra y venta de valores inscritos en la Bolsa, además de prestar los servicios para la emisión de estos.
- Proporcionar al público la información disponible sobre las emisoras y las operaciones referentes a los valores que están inscritos a la BMV.
- Establecer las normativas eficientes que se requieran para que las casas de bolsa estén sujetas a estas medidas y realicen operaciones en la Bolsa Mexicana de Valores.
- Imponer medidas correctivas y disciplinarias en caso de incumplimiento de las normas y esquemas operativos a cargo de la BMV para promover prácticas justas y equitativas en el mercado de valores.

Con ello todos los inversionistas que requieran recursos para financiar sus proyectos o simplemente incrementar o proteger su ahorro financiero pueden obtenerlo a través del mercado de valores mediante la compra y venta de valores colocados y emitidos por las empresas (Grupo BMV, 2015).

2.2.3 IPC

El IPC (Índice De Precios y Cotizaciones) busca medir el rendimiento de las acciones de mayor tamaño y liquidez listadas en la Bolsa Mexicana de Valores. Su objetivo es proporcionar un índice amplio, representativo, pero al mismo tiempo fácilmente replicable, que abarque el mercado bursátil mexicano. Los componentes del índice son ponderados por capitalización de mercado modificada, sujetos a requisitos de diversificación (S&P Global, 2016).

El Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) es el principal indicador del Mercado Mexicano de Valores; expresa el rendimiento del mercado accionario en función de las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de Emisoras cotizadas en la Bolsa, basado en las mejores prácticas internacionales.

Con base en octubre de 1978, tiene como principal objetivo, constituirse como un indicador representativo del Mercado Mexicano para servir como referencia y subyacente de productos financieros.

De acuerdo con el comité técnico de metodologías perteneciente a la Bolsa Mexicana de Valores, y en colaboración con el comité de análisis de la Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles (AMIB), acordaron un nuevo sistema de clasificación sectorial que la BMV utilizara para clasificar a las empresas listadas en la misma, dicha estructura de clasificación permite comparar a las emisoras nacionales contra emisoras de índole internacional de una forma más precisa, ya que este esquema de clasificación considera estándares que marcan pauta a nivel internacional y además son utilizados en distintos mercados por diferentes bolsas de valores (Grupo BMV, 2015).

La estructura de clasificación divide a las emisoras en un total de 10 sectores, 24 subsectores, 78 ramos y 192 subramos, dicha clasificación está conformada por los siguientes sectores:

Clasificación sectorial de la BMV

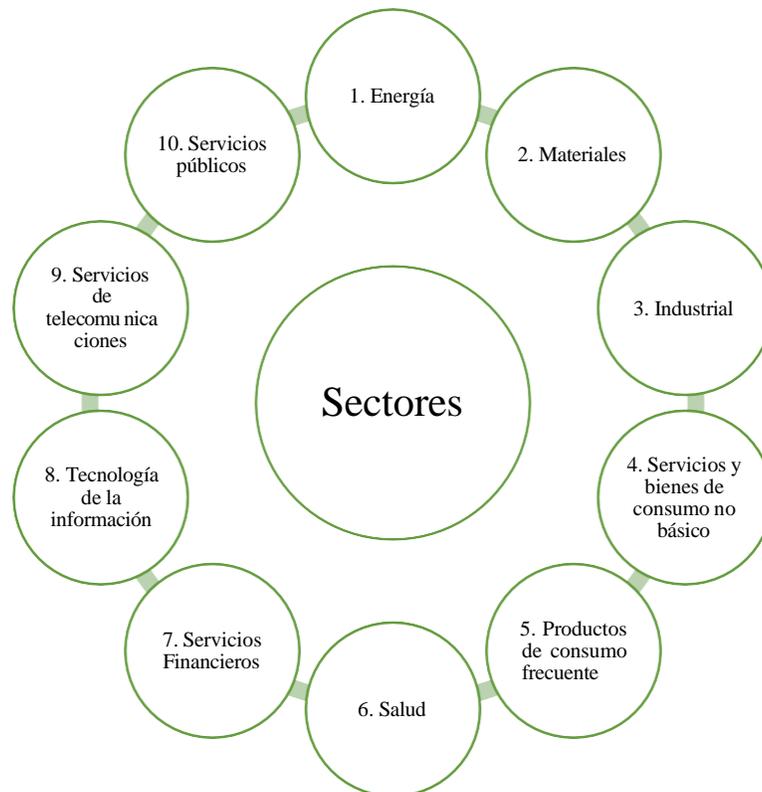


Figura 4. Muestra los 10 sectores en los que se clasifican las empresas listadas en la BMV.

Según la BMV con actualización al 1 de junio de 2017, las empresas que forman parte del IPC de las cuales 9 pertenecen al sector de Productos de consumo frecuente, 8 al Industrial, 5 al de Materiales, 4 al de Servicios y bienes de consumo no básico, 3 a Servicios de telecomunicaciones, 5 a Servicios financieros y 1 al sector Energía, dando un total de 35 emisoras listadas en el Índice de Precios y Cotizaciones, mismas mostradas en la siguiente tabla:

Tabla 1 Empresas listadas en el IPC y su clasificación por sector.

Ticker	Nombre de la compañía	Sector
AC *	Arca Continental, SAB de CV	Productos de consumo frecuente
ALFA A	Alfa SA A	Industrial
ALPEK A	Alpek S.A.B. de C.V.	Materiales
ALSEA *	Alsea SA	Servicios y bienes de consumo no básico
AMX L	America Movil SAB de CV L	Servicios de telecomunicaciones
ASUR B	Grupo Aeroportuario del Sureste SAB de CV B	Industrial
BIMBO A	Grupo Bimbo S.A.B.	Productos de consumo frecuente
CEMEX CPO	Cemex SA CPO	Materiales
CUERVO *	Becele, S.A. De C.V.	Productos de consumo frecuente
ELEKTRA *	Grupo Elektra S.A.B. de C.V.	Servicios y bienes de consumo no básico
FEMSA UBD	Fomento Económico Mexicano S.A.B. de C.V.	Productos de consumo frecuente
GAP B	Grupo Aeroportuario del Pacifico, S.A.B. de C.V.	Industrial
GCARSO A1	Grupo Carso SAB de CV	Industrial
GENTERA *	Genera SAB de CV	Servicios financieros
GFINBUR O	Grupo Financiero Inbursa O	Servicios financieros
GFNORTE O	Grupo Financiero Banorte O	Servicios financieros
GFREGIO O	Regional SAB De CV	Servicios financieros
GMEXICO B	Grupo México S.A.B. de C.V.B.	Materiales
GRUMA B	Gruma SAB B	Productos de consumo frecuente
IENOVA *	Infraestructura Energetica Nova S.A.B. de C.V.	Energía
KIMBER A	Kimberly Clark de Mexico S.A.B. de C.V. A	Productos de consumo frecuente
KOF L	Coca-Cola Femsa SAB de CV L	Productos de consumo frecuente
GMXT *	GMexico Transportes S.A.B. de C.V.	Industrial
LALA B	Grupo Lala S.A.B. de C.V.	Productos de consumo frecuente
LIVEPOL C-1	El Puerto de Liverpool SAB de CV	Servicios y bienes de consumo no básico
MEGA CPO	Megacable Holdings SAB de CV	Servicios de telecomunicaciones
MEXCHEM *	Mexichem SAB de CV	Materiales
NEMAK A	Nemak S.A.B. de C.V.	Servicios y bienes de consumo no básico
OMA B	Grupo Aeroportuario del Centro Norte, S.A.B. de C.V.	Industrial
PE&OLES *	Industrias Peñoles	Materiales
PINFRA *	Promotora y Operadora de Infraestructura SAB de CV	Industrial
SANMEX B	Banco Santander Mexico, SA, Institucion De Banca Multiple, Grupo Financiero Santander	Servicios financieros
TLEVISA CPO	Grupo Televisa SAB CPO	Servicios de telecomunicaciones
VOLAR A	Controladora Vuela Compania de Aviacion S.A. de C.V.	Industrial
WALMEX *	Walmart de Mexico SAB de CV	Productos de consumo frecuente

La tabla 1 muestra las 35 empresas que componen el IPC a 2017: Grupo BMV (2015).

2.3 Bolsa de valores de Nueva York

La Bolsa de Valores de Nueva York (NYSE, por sus siglas en inglés) es una bolsa de valores de Estados Unidos con sede en el número 11 de Wall Street del barrio de Manhattan en la ciudad de Nueva York, también conocida por el sobrenombre de “The big board”, la NYSE es propiedad de Intercontinental Exchange, cuyo edificio fue reconocido como hito histórico nacional en 1978 y está regulada por la Comisión de Bolsa y Valores (BBVA, 2018).

El NYSE es la bolsa de valores más grande y antigua de los Estados Unidos, es un ejemplo de mercado basado en las órdenes de los inversores, que funciona con un sistema de subasta continua, llevado a cabo a viva voz en un lugar de contratación. Al igual que en otras bolsas de valores no controla los precios de los valores, sino que existe para asegurar a los inversores la existencia de un mercado ordenado y justo (Puga Muñoz, 2009).

Actualmente es la bolsa de valores más grande del mundo en cuanto a volumen monetario y también en cuanto al número de empresas suscritas en esta bolsa, ya que en ella cotizan los valores más importantes de Estados Unidos y del mundo, sobrepasando a la bolsa de Tokio y Londres manteniéndose así desde el final de la primera guerra mundial, su capitalización bursátil en octubre de 2017 ascendía a 21.3 billones de dólares (FXCM, 2016).

Los principales índices bursátiles que componen el NYSE son los siguientes:

- S&P 500 Index,
- Promedio Industrial Dow Jones,
- Nyse Composite Index New,
- Nyse Us 100 Fund.

2.3.1 Historia

Línea de tiempo: Historia de la Bolsa de Nueva York.



Fuente: FXCM (2016) y López (2018).

2.3.2 Funciones

FXCM (2016) describe que la Bolsa de Nueva York tiene actualmente la capitalización de mercado más grande, superando a la Bolsa de Tokio, Londres y NASDAQ, representando el intercambio de mayor relevancia en del mundo. Desde su creación ha crecido significativamente la influencia de la Bolsa en la economía no solo de Estados Unidos, sino del mundo, posicionándola en una de las primeras bolsas de valores mundiales más importantes.

Debido a su intercambio comercial es responsable de grandes fluctuaciones de riqueza financiera, ya que la volatilidad de los precios de las acciones negociadas en esta bolsa afecta directamente la confianza de los inversionistas, y por ende a obtener ganancias o pérdidas en sus portafolios de inversión. Actualmente existen cuatro clases importantes de miembros en la NYSE:

- Especialistas: también conocidos como creadores de mercado, su principal función es mantener un mercado justo y ordenado facilitando las transacciones de acciones.
- Brokers a comisión: se ocupan de realizar las operaciones en el patio de contrataciones, son empleados de las corredurías de valores autorizadas para realizar operaciones en la bolsa y ejecutan las órdenes de los clientes.
- Brokers a contratación: ayudan a otros miembros a realizar su trabajo y operan sólo para sí mismos, ya que no están autorizados a tratar directamente con el público.
- Operadores autorizados: realizan operaciones por su propia cuenta y al ser miembros de la bolsa se ahorran las comisiones de las corredurías.

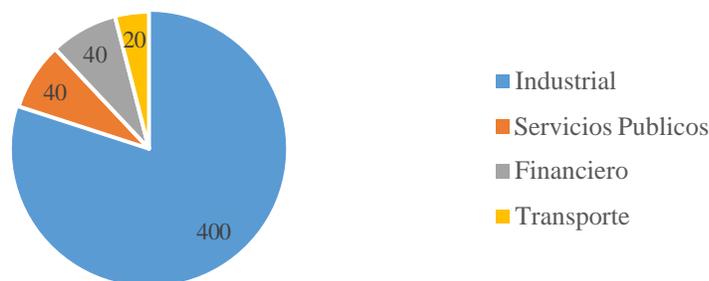
Además, el mercado ofrece a las empresas un mecanismo importante para reunir capital para sus inversiones, que inyectan dinero directamente en la economía y ayuda en la creación de empleos (Puga Muñoz, 2009).

2.3.3 S&P 500

El índice bursátil S&P 500 está compuesto por las 500 empresas más representativas de la Bolsa de Nueva York, por lo que actualmente es considerado por muchos el índice más representativo del escenario real del mercado en todo el mundo, superando al Dow Jones, ya que sus movimientos afectan directamente a los demás mercados (esBolsa, 2018).

Las compañías que pertenecen al índice son elegidas mediante las siguientes variables: Capitalización bursátil superior 4.200 millones de dólares, tamaño y liquidez, sector en el que opera y barreras de entrada, grado de internacionalización, domicilio, capital flotante, viabilidad económica, tiempo que ha cotizado en bolsa y el volumen de acciones negociado debe ser superior a 250.000 cada seis meses. El índice fue creado por la empresa Standard & Poor's en 1923 con una muestra de 233 compañías estadounidenses, que posteriormente en 1957 se extendió al contener las 500 empresas distribuidas en 4 sectores como se muestra en la gráfica 1, convirtiéndose en el índice más referente para la economía de los Estados Unidos (Vázquez, 2018).

Gráfica 1 Número de empresas por sector en el S&P 500



Gráfica 1. La grafica ilustra la distribución de empresas en el índice S&P 500 según el tipo de sector, Fuente: esBolsa (2018).

Tabla 2 Empresas que forman parte del S&P 500 al 09/06/2018.

<u>Ticker</u>	<u>Empresa</u>	<u>Ticker</u>	<u>Empresa</u>	<u>Ticker</u>	<u>Empresa</u>
<u>MMM</u>	3M Company	<u>EXX</u>	Edison International	<u>NEM</u>	Newmont Mining Corporation
<u>ABT</u>	Abbott Laboratories	<u>EW</u>	Edwards Lifesciences	<u>NWSA</u>	News Corp. Class A
<u>ABBV</u>	AbbVie Inc	<u>EA</u>	Electronic Arts	<u>NWS</u>	News Corp. Class B
<u>ACN</u>	Accenture plc	<u>EMR</u>	Emerson Electric Company	<u>NEE</u>	NextEra Energy
<u>ABMD</u>	ABIOMED Inc	<u>ETR</u>	Entergy Corp.	<u>NLSN</u>	Nielsen Holdings
<u>ATVI</u>	Activision Blizzard	<u>EVHC</u>	Envision Healthcare	<u>NKE</u>	Nike
<u>AVI</u>	Acuity Brands Inc	<u>EOG</u>	EOG Resources	<u>NI</u>	NiSource Inc.
<u>ADBE</u>	Adobe Systems Inc	<u>EQT</u>	EQT Corporation	<u>NBL</u>	Noble Energy Inc
<u>AMD</u>	Advanced Micro Devices Inc	<u>EEX</u>	Equifax Inc.	<u>JWN</u>	Nordstrom
<u>AAP</u>	Advance Auto Parts	<u>EQIX</u>	Equinix	<u>NSC</u>	Norfolk Southern Corp.
<u>AES</u>	AES Corp	<u>EQR</u>	Equity Residential	<u>NTRS</u>	Northern Trust Corp.
<u>AET</u>	Aetna Inc	<u>ESS</u>	Essex Property Trust, Inc.	<u>NOC</u>	Northrop Grumman Corp.
<u>AMG</u>	Affiliated Managers Group Inc	<u>EL</u>	Estee Lauder Cos.	<u>NCLH</u>	Norwegian Cruise Line
<u>AFL</u>	AFLAC Inc	<u>EVRG</u>	Evergy	<u>NRG</u>	NRG Energy
<u>A</u>	Agilent Technologies Inc	<u>ES</u>	Eversource Energy	<u>NUE</u>	Nucor Corp.
<u>APD</u>	Air Products & Chemicals Inc	<u>RE</u>	Everest Re Group Ltd	<u>NVDA</u>	Nvidia Corporation
<u>AKAM</u>	Akamai Technologies Inc	<u>EXC</u>	Exelon Corp.	<u>ORLY</u>	O'Reilly Automotive
<u>ALK</u>	Alaska Air Group Inc	<u>EXPE</u>	Expedia Inc.	<u>OOXY</u>	Occidental Petroleum
<u>ALB</u>	Albemarle Corp	<u>EXPD</u>	Expeditors International	<u>OMC</u>	Omnicom Group
<u>ARE</u>	Alexandria Real Estate Equities Inc	<u>ESRX</u>	Express Scripts	<u>OKE</u>	ONEOK
<u>ALXN</u>	Alexion Pharmaceuticals	<u>EXR</u>	Extra Space Storage	<u>ORCL</u>	Oracle Corp.
<u>ALGN</u>	Align Technology	<u>XOM</u>	Exxon Mobil Corp.	<u>PCAR</u>	PACCAR Inc.
<u>ALLE</u>	Allegion	<u>FFIV</u>	F5 Networks	<u>PKG</u>	Packaging Corporation of America
<u>AGN</u>	Allergan, Plc	<u>FB</u>	Facebook, Inc.	<u>PH</u>	Parker-Hannifin
<u>ADS</u>	Alliance Data Systems	<u>FAST</u>	Fastenal Co	<u>PAYX</u>	Paychex Inc.
<u>LNT</u>	Alliant Energy Corp	<u>FRT</u>	Federal Realty Investment Trust	<u>PYPL</u>	PayPal
<u>ALL</u>	Allstate Corp	<u>FDX</u>	FedEx Corporation	<u>PNR</u>	Pentair Ltd.
<u>GOOGL</u>	Alphabet Inc Class A	<u>FIS</u>	Fidelity National Information Services	<u>PBCT</u>	People's United Financial
<u>GOOG</u>	Alphabet Inc Class C	<u>FTIB</u>	Fifth Third Bancorp	<u>PEP</u>	PepsiCo Inc.
<u>MO</u>	Altria Group Inc	<u>FE</u>	FirstEnergy Corp	<u>PKI</u>	PerkinElmer
<u>AMZN</u>	Amazon.com Inc	<u>FISV</u>	Fiserv Inc	<u>PRGO</u>	Perrigo
<u>AME</u>	Ameren Corp	<u>FLIR</u>	FLIR Systems	<u>PFE</u>	Pfizer Inc.
<u>AAI</u>	American Airlines Group	<u>FLS</u>	Flowserve Corporation	<u>PCG</u>	PG&E Corp.
<u>AEP</u>	American Electric Power	<u>FLR</u>	Fluor Corp.	<u>PM</u>	Philip Morris International
<u>AXP</u>	American Express Co	<u>PMC</u>	FMC Corporation	<u>PSX</u>	Phillips 66
<u>AIQ</u>	American International Group, Inc	<u>EL</u>	Foot Locker Inc	<u>PNW</u>	Pinnacle West Capital
<u>AMT</u>	American Tower Corp A	<u>F</u>	Ford Motor	<u>PXD</u>	Pioneer Natural Resources
<u>AWK</u>	American Water Works Company Inc	<u>FTV</u>	Fortive Corp	<u>PNC</u>	PNC Financial Services
<u>AMP</u>	Ameriprise Financial	<u>FBHS</u>	Fortune Brands Home & Security	<u>RL</u>	Polo Ralph Lauren Corp.
<u>ABC</u>	AmerisourceBergen Corp	<u>BEN</u>	Franklin Resources	<u>PPG</u>	PPG Industries
<u>AME</u>	AMETEK Inc	<u>FCX</u>	Freeport-McMoRan Inc	<u>PPL</u>	PPL Corp.
<u>AMGN</u>	Amgen Inc	<u>GPS</u>	Gap Inc.	<u>PX</u>	Praxair Inc.
<u>APH</u>	Amphenol Corp	<u>GRMN</u>	Garmin Ltd.	<u>PEG</u>	Principal Financial Group
<u>APC</u>	Anadarko Petroleum Corp	<u>IT</u>	Gartner Inc	<u>PG</u>	Procter & Gamble
<u>ADI</u>	Analog Devices, Inc	<u>GD</u>	General Dynamics	<u>PGR</u>	Progressive Corp.
<u>ANDV</u>	Andeavor	<u>GE</u>	General Electric	<u>PLD</u>	Prologis
<u>ANSS</u>	ANSYS Inc	<u>GGP</u>	General Growth Properties Inc.	<u>PRU</u>	Prudential Financial
<u>ANTM</u>	Anthem Inc.	<u>GIS</u>	General Mills	<u>PEG</u>	Public Serv. Enterprise Inc.
<u>AON</u>	Aon plc	<u>GM</u>	General Motors	<u>PSA</u>	Public Storage
<u>AOS</u>	A.O. Smith Corp	<u>GPC</u>	Genuine Parts	<u>PHM</u>	PulteGroup Inc.
<u>APA</u>	Apache Corporation	<u>GILD</u>	Gilead Sciences	<u>PVH</u>	PVH Corp.
<u>AIV</u>	Apartment Investment & Management	<u>GNP</u>	Global Payments Inc	<u>QRVO</u>	Qorvo
<u>AAPL</u>	Apple Inc.	<u>GS</u>	Goldman Sachs Group	<u>PWR</u>	Quanta Services Inc.
<u>AMAT</u>	Applied Materials Inc	<u>GT</u>	Goodyear Tire & Rubber	<u>QCOM</u>	QUALCOMM Inc.
<u>APTV</u>	Aptiv Plc	<u>GWV</u>	Grainger (W.W.) Inc.	<u>DGX</u>	Quest Diagnostics
<u>ADM</u>	Archer-Daniels-Midland Co	<u>HAL</u>	Halliburton Co.	<u>RRG</u>	Range Resources Corp.
<u>ARNC</u>	Arconic Inc	<u>HBI</u>	Hanesbrands Inc	<u>RJF</u>	Raymond James Financial Inc.
<u>AJG</u>	Arthur J. Gallagher & Co.	<u>HOG</u>	Harley-Davidson	<u>RTN</u>	Raytheon Co.
<u>AIZ</u>	Assurant Inc	<u>HRS</u>	Harris Corporation	<u>O</u>	Realty Income Corporation
<u>T</u>	AT&T Inc	<u>HIG</u>	Hartford Financial Svc.Gp.	<u>RHT</u>	Red Hat Inc.
<u>ADSK</u>	Autodesk Inc	<u>HAS</u>	Hasbro Inc.	<u>REG</u>	Regency Centers Corporation
<u>ADP</u>	Automatic Data Processing	<u>HCA</u>	HCA Holdings	<u>REGN</u>	Regeneron
<u>AZO</u>	AutoZone Inc	<u>HCP</u>	HCP Inc.	<u>RF</u>	Regions Financial Corp.
<u>AVB</u>	AvalonBay Communities, Inc.	<u>HP</u>	Helmerich & Payne	<u>RSR</u>	Republic Services Inc
<u>AVY</u>	Avery Dennison Corp	<u>HSIC</u>	Henry Schein	<u>RMD</u>	ResMed
<u>BHGE</u>	Baker Hughes, a GE Company	<u>HSY</u>	The Hershey Company	<u>RHI</u>	Robert Half International
<u>BLL</u>	Ball Corp	<u>HES</u>	Hess Corporation	<u>ROK</u>	Rockwell Automation Inc.
<u>BAC</u>	Bank of America Corp	<u>HPE</u>	Hewlett Packard Enterprise	<u>COL</u>	Rockwell Collins
<u>BK</u>	The Bank of New York Mellon Corp.	<u>HLT</u>	Hilton Worldwide Holdings Inc	<u>ROP</u>	Roper Technologies
<u>BAX</u>	Baxter International Inc.	<u>HOLX</u>	Hologic	<u>ROST</u>	Ross Stores
<u>BBT</u>	BB&T Corporation	<u>HD</u>	Home Depot	<u>RCL</u>	Royal Caribbean Cruises Ltd
<u>BDX</u>	Becton Dickinson	<u>HON</u>	Honeywell International Inc.	<u>CRM</u>	Salesforce.com
<u>BRK.B</u>	Berkshire Hathaway	<u>HRL</u>	Hormel Foods Corp.	<u>SBAC</u>	SBA Communications
<u>BBY</u>	Best Buy Co. Inc.	<u>HST</u>	Host Hotels & Resorts	<u>SCG</u>	SCANA Corp
<u>BIB</u>	Biogen Inc.	<u>HPQ</u>	HP Inc.	<u>SLB</u>	Schlumberger Ltd.
<u>BLK</u>	BlackRock	<u>HUM</u>	Humana Inc.	<u>STX</u>	Seagate Technology
<u>HRB</u>	Block H&R	<u>HBAN</u>	Huntington Bancshares	<u>SEE</u>	Sealed Air
<u>BA</u>	Boeing Company	<u>HI</u>	Huntington Ingalls Industries	<u>SRE</u>	Sempra Energy
<u>BKNG</u>	Booking Holdings Inc	<u>IDXX</u>	IDEXX Laboratories	<u>SHW</u>	Sherwin-Williams
<u>BWA</u>	BorgWarner	<u>INFO</u>	IHS Markit Ltd.	<u>SPG</u>	Simon Property Group Inc
<u>BXP</u>	Boston Properties	<u>ITW</u>	Illinois Tool Works	<u>SWKS</u>	Skyworks Solutions
<u>BSX</u>	Boston Scientific	<u>ILMN</u>	Illumina Inc	<u>SLG</u>	SL Green Realty
<u>BHF</u>	BrightHouse Financial Inc	<u>IR</u>	Ingersoll-Rand PLC	<u>SNA</u>	Snap-On Inc.
<u>BMJ</u>	Bristol-Myers Squibb	<u>INTC</u>	Intel Corp.	<u>SO</u>	Southern Co.
<u>AVGO</u>	Broadcom	<u>ICE</u>	Intercontinental Exchange	<u>LUV</u>	Southwest Airlines
<u>BF.B</u>	Brown-Forman Corp.	<u>IBM</u>	International Business Machines	<u>SPGI</u>	S&P Global, Inc.
<u>CHRW</u>	C. H. Robinson Worldwide	<u>INCY</u>	Incyte	<u>SWK</u>	Stanley Black & Decker
<u>CA</u>	CA, Inc.	<u>IP</u>	International Paper	<u>SBUX</u>	Starbucks Corp.

<u>COG</u>	Cabot Oil & Gas	<u>IPG</u>	Interpublic Group	<u>STT</u>	State Street Corp.
<u>CDNS</u>	Cadence Design Systems	<u>JFE</u>	International Flavors & Fragrances	<u>SRCL</u>	Stericycle Inc
<u>CPB</u>	Campbell Soup	<u>INTU</u>	Intuit Inc.	<u>SYK</u>	Stryker Corp.
<u>COF</u>	Capital One Financial	<u>ISRG</u>	Intuitive Surgical Inc.	<u>STI</u>	SunTrust Banks
<u>CAH</u>	Cardinal Health Inc.	<u>IVZ</u>	Invesco Ltd.	<u>SYMC</u>	Symantec Corp.
<u>CBOE</u>	Choe Global Markets	<u>IPGP</u>	IPG Photonics Corp.	<u>SYF</u>	Synchrony Financial
<u>KMX</u>	Carmax Inc	<u>IOV</u>	IQVIA Holdings Inc	<u>SNPS</u>	Synopsys Inc.
<u>CCL</u>	Carnival Corp.	<u>IRM</u>	Iron Mountain Incorporated	<u>SYY</u>	Sysco Corp.
<u>CAT</u>	Caterpillar Inc.	<u>JEC</u>	Jacobs Engineering Group	<u>TROW</u>	T. Rowe Price Group
<u>CBRE</u>	CBRE Group	<u>JBHT</u>	J. B. Hunt Transport Services	<u>TTWO</u>	Take-Two Interactive
<u>CBS</u>	CBS Corp.	<u>JEF</u>	Jefferies Financial Group	<u>TPR</u>	Tapestry Inc
<u>CELG</u>	Celgene Corp.	<u>SJM</u>	JM Smucker	<u>TGT</u>	Target Corp.
<u>CNC</u>	Centene Corporation	<u>JNJ</u>	Johnson & Johnson	<u>TEL</u>	TE Connectivity Ltd.
<u>CNP</u>	CenterPoint Energy	<u>JCI</u>	Johnson Controls International	<u>ETI</u>	TechnipFMC
<u>CTL</u>	CenturyLink Inc	<u>JPM</u>	JPMorgan Chase & Co.	<u>TXN</u>	Texas Instruments
<u>CERN</u>	Cerner	<u>JNPR</u>	Juniper Networks	<u>TXT</u>	Texttron Inc.
<u>CF</u>	CF Industries Holdings Inc	<u>KSU</u>	Kansas City Southern	<u>TMO</u>	Thermo Fisher Scientific
<u>SCHW</u>	Charles Schwab Corporation	<u>K</u>	Kellogg Co.	<u>TIF</u>	Tiffany & Co.
<u>CHTR</u>	Charter Communications	<u>KEY</u>	KeyCorp	<u>TWTR</u>	Twitter Inc
<u>CVX</u>	Chevron Corp.	<u>KMB</u>	Kimberly-Clark	<u>TWX</u>	Time Warner Inc.
<u>CMG</u>	Chipotle Mexican Grill	<u>KIM</u>	Kimco Realty	<u>TIX</u>	TJX Companies Inc.
<u>CB</u>	Chubb Limited	<u>KMI</u>	Kinder Morgan	<u>TMK</u>	Torchmark Corp.
<u>CHD</u>	Church & Dwight	<u>KLAC</u>	KLA-Tencor Corp.	<u>TSS</u>	Total System Services
<u>CI</u>	CIGNA Corp.	<u>KSS</u>	Kohl's Corp.	<u>TSCO</u>	Tractor Supply Company
<u>XEC</u>	Cimarex Energy	<u>KHC</u>	Kraft Heinz Co	<u>TDG</u>	TransDigm Group
<u>CINF</u>	Cincinnati Financial	<u>KR</u>	Kroger Co	<u>TRV</u>	The Travelers Companies Inc.
<u>CTAS</u>	Cintas Corporation	<u>LB</u>	L Brands Inc.	<u>TRIP</u>	TripAdvisor
<u>CSCO</u>	Cisco Systems	<u>LLL</u>	L-3 Communications Holdings	<u>FOXA</u>	Twenty-First Century Fox Class A
<u>C</u>	Citigroup Inc.	<u>LH</u>	Laboratory Corp. of America Holding	<u>FOX</u>	Twenty-First Century Fox Class B
<u>CFG</u>	Citizens Financial Group	<u>LRCX</u>	Lam Research	<u>TSN</u>	Tyson Foods
<u>CTXS</u>	Citrix Systems	<u>LEG</u>	Leggett & Platt	<u>UDR</u>	UDR Inc
<u>CLX</u>	The Clorox Company	<u>LEN/B</u>	Lennar Corp.	<u>ULTA</u>	Ulta Salon Cosmetics & Fragrance Inc
<u>CME</u>	CME Group Inc.	<u>LLY</u>	Lilly (Eli) & Co.	<u>USB</u>	U.S. Bancorp
<u>CMS</u>	CMS Energy	<u>LNC</u>	Lincoln National	<u>UA</u>	Under Armour Class C
<u>KO</u>	Coca-Cola Company (The)	<u>LKQ</u>	LKQ Corporation	<u>UAA</u>	Under Armour Class A
<u>CTSH</u>	Cognizant Technology Solutions	<u>LMT</u>	Lockheed Martin Corp.	<u>UNP</u>	Union Pacific
<u>CL</u>	Colgate-Palmolive	<u>L</u>	Loews Corp.	<u>UAL</u>	United Continental Holdings
<u>CMCSA</u>	Comcast Corp.	<u>LOW</u>	Lowe's Cos.	<u>UNH</u>	United Health Group Inc.
<u>CMA</u>	Comerica Inc.	<u>LYB</u>	LyondellBasell	<u>UPS</u>	United Parcel Service
<u>CAG</u>	Conagra Brands	<u>MTB</u>	M&T Bank Corp.	<u>URI</u>	United Rentals, Inc.
<u>CXO</u>	Concho Resources	<u>MAC</u>	Macerich	<u>UTX</u>	United Technologies
<u>COP</u>	ConocoPhillips	<u>M</u>	Macy's Inc.	<u>UHS</u>	Universal Health Services, Inc.
<u>ED</u>	Consolidated Edison	<u>MRO</u>	Marathon Oil Corp.	<u>UNM</u>	Unum Group
<u>STZ</u>	Constellation Brands	<u>MPC</u>	Marathon Petroleum	<u>VFC</u>	V.F. Corp.
<u>COO</u>	The Cooper Companies	<u>MAR</u>	Marriott Int'l.	<u>VLO</u>	Valero Energy
<u>GLW</u>	Corning Inc.	<u>MMC</u>	Marsh & McLennan	<u>VAR</u>	Varian Medical Systems
<u>COST</u>	Costco Wholesale Corp.	<u>MLM</u>	Martin Marietta Materials	<u>VTR</u>	Ventas Inc
<u>COTY</u>	Coty, Inc	<u>MAS</u>	Masco Corp.	<u>VRSN</u>	Verisign Inc.
<u>CCI</u>	Crown Castle International Corp.	<u>MA</u>	Mastercard Inc.	<u>VRSK</u>	Verisk Analytics
<u>CSX</u>	CSX Corp.	<u>MAT</u>	Mattel Inc.	<u>VZ</u>	Verizon Communications
<u>CM</u>	Cummins Inc.	<u>MKC</u>	McCormick & Co.	<u>VRTX</u>	Vertex Pharmaceuticals Inc
<u>CVS</u>	CVS Health	<u>MCD</u>	McDonald's Corp.	<u>VIAB</u>	Viacom Inc.
<u>DHI</u>	D. R. Horton	<u>MCK</u>	McKesson Corp.	<u>V</u>	Visa Inc.
<u>DHR</u>	Danaher Corp.	<u>MDT</u>	Medtronic plc	<u>VNO</u>	Vornado Realty Trust
<u>DRI</u>	Darden Restaurants	<u>MRK</u>	Merck & Co.	<u>VMC</u>	Vulcan Materials
<u>DVA</u>	DaVita Inc.	<u>MET</u>	MetLife Inc.	<u>WMT</u>	Wal-Mart Stores
<u>DE</u>	Deere & Co.	<u>MTD</u>	Mettler Toledo	<u>WBA</u>	Walgreens Boots Alliance
<u>DAL</u>	Delta Air Lines Inc.	<u>MGM</u>	MGM Resorts International	<u>DIS</u>	The Walt Disney Company
<u>XRAY</u>	Dentsply Sirona	<u>KORS</u>	Michael Kors Holdings	<u>WM</u>	Waste Management Inc.
<u>DVN</u>	Devon Energy Corp.	<u>MCHP</u>	Microchip Technology	<u>WAT</u>	Waters Corporation
<u>DLR</u>	Digital Realty Trust Inc	<u>MU</u>	Micron Technology	<u>WEC</u>	Wec Energy Group Inc
<u>DFS</u>	Discover Financial Services	<u>MSFT</u>	Microsoft Corp.	<u>WFC</u>	Wells Fargo
<u>DISCA</u>	Discovery Communications-A	<u>MAA</u>	Mid-America Apartments	<u>WELL</u>	Welltower Inc.
<u>DISCK</u>	Discovery Communications-C	<u>MHK</u>	Mohawk Industries	<u>WDC</u>	Western Digital
<u>DISH</u>	Dish Network	<u>TAP/A</u>	Molson Coors Brewing Company	<u>WU</u>	Western Union Co
<u>DG</u>	Dollar General	<u>MDLZ</u>	Mondelez International	<u>WRK</u>	WestRock Company
<u>DLTR</u>	Dollar Tree	<u>MONS</u>	Monster Beverage	<u>WY</u>	Weyerhaeuser Corp.
<u>D</u>	Dominion Resources	<u>MCO</u>	Moody's Corp	<u>WHR</u>	Whirlpool Corp.
<u>DOV</u>	Dover Corp.	<u>MS</u>	Morgan Stanley	<u>WMB</u>	Williams Cos.
<u>DWDP</u>	DowDuPont	<u>MOS</u>	The Mosaic Company	<u>WLTW</u>	Willis Towers Watson
<u>DPS</u>	Dr Pepper Snapple Group	<u>MSI</u>	Motorola Solutions Inc.	<u>WYNN</u>	Wynn Resorts Ltd
<u>DTE</u>	DTE Energy Co.	<u>MSCI</u>	MSCI Inc	<u>XEL</u>	Xcel Energy Inc
<u>DRE</u>	Duke Realty Corp	<u>MYL</u>	Mylan N.V.	<u>XXR</u>	Xerox Corp.
<u>DUK</u>	Duke Energy	<u>NDAQ</u>	Nasdaq, Inc.	<u>XLNX</u>	Xilinx Inc
<u>DXC</u>	DXC Technology	<u>NOV</u>	National Oilwell Varco Inc.	<u>XL</u>	XL Capital
<u>ETFC</u>	E*Trade	<u>NKTR</u>	Nektar Therapeutics	<u>XYL</u>	Xylem Inc.
<u>EMN</u>	Eastman Chemical	<u>NTAP</u>	NetApp	<u>YUM</u>	Yum! Brands Inc
<u>ETN</u>	Eaton Corporation	<u>NFLX</u>	Netflix Inc.	<u>ZBH</u>	Zimmer Biomet Holdings
<u>EBAY</u>	eBay Inc.	<u>NWL</u>	Newell Brands	<u>ZION</u>	Zions Bancorp
<u>ECL</u>	Ecolab Inc.	<u>NFX</u>	Newfield Exploration Co	<u>ZTS</u>	Zoetis

La tabla 2 muestra las 500 empresas que componen el S&P 500. esBolsa (2018).

2.4 Portafolio de inversión

Mejía, et al. (2018) definen un portafolio de inversión como una colección de instrumentos bursátiles, en los cuales entidades físicas o morales invierten un determinado capital.

Díaz (2009) describe que una cartera de inversión es una composición de activos o títulos individuales, de tal forma que una combinación de ellos casi siempre sea menos arriesgada que cualquier título individual. Se pretende que la selección de una cartera de inversión sea una combinación de acciones que disminuya el riesgo y aumente la utilidad.

Según Cruz, et al. (2008), una cartera o portafolio de inversión accionario, se define como una combinación de activos teniendo como principal problema la elección de los títulos que otorguen el menor riesgo para un máximo rendimiento.

Por su parte Aguilera, et al. (2012), define a un portafolio de inversión como una selección de acciones o valores que son negociados en el mercado bursátil, en los que una persona física o moral deciden colocar su dinero para obtener ganancias.

Por lo tanto, un portafolio de inversión es una combinación estratégica de activos financieros, en este caso acciones de distintos sectores de la economía que cotizan en el mercado de valores, y que diversifican el portafolio para obtener el máximo rendimiento, a un nivel de riesgo tolerable según el perfil del inversionista.

2.4.1 Riesgo

Según Grupo BMV (2015), el riesgo es una dispersión de resultados inesperados en el futuro, que impactan negativamente al patrimonio de la persona.

Al invertir en un mercado de renta variable y en activos financieros que poseen un grado considerable de volatilidad como lo son los títulos accionarios o acciones, un inversionista se ve

inmerso en un entorno de incertidumbre por los constantes cambios que se pueden presentar derivados del propio mercado. Y donde cada decisión que toma el inversionista presenta un cierto grado de riesgo.

El mercado accionario está en constante cambio y estos cambios generan variaciones en los precios de las acciones con las que los inversionistas pueden obtener ganancias o pérdidas al invertir en estos activos, por lo tanto, es importante conocer los riesgos asociados a estas inversiones.

Dentro de las inversiones en acciones pueden ser identificados, un riesgo que puede ser medido o controlado mediante la diversificación en los activos y otro tipo de riesgo que no puede ser diversificable, la adición de estos dos riesgos nos da como resultado un riesgo global o total en una cartera de inversión, es decir:

$$\text{Riesgo total} = \text{Riesgo diversificable} + \text{Riesgo no diversificable.}$$

2.4.1.1 Riesgo sistemático

El riesgo sistemático o riesgo no diversificable, a la parte del riesgo de un activo relacionado con las causas aleatorias y que puede eliminarse mediante la diversificación de la cartera (Francischetti, et al., 2014).

Podemos atribuir este tipo de riesgo al riesgo de mercado, incluso algunos autores definen el riesgo sistemático como el propio riesgo de mercado, la BMV define al riesgo de mercado como el riesgo que afecta al tenedor de cualquier tipo de valor, ante las fluctuaciones de precio ocasionadas por los movimientos normales del mercado. Las principales causas a las que se asocian son a las fluctuaciones en el sector empresarial que afectan directamente al mercado por causas

internas o externas, por ejemplo, la inflación, cambios en las políticas, guerras o algún incidente internacional.

2.4.1.2 Riesgo no sistemático

El riesgo no sistemático o riesgo diversificable es atribuible a factores de mercado que afectan a todas las empresas y no puede eliminarse mediante la diversificación (Francischetti, et al., 2014).

A diferencia del riesgo sistemático, este tipo de riesgo es independiente de todos los factores asociados al riesgo no diversificable, es decir, los factores políticos, económicos y sociales. Este riesgo se origina gracias a factores propios de la empresa emisora que emite sus acciones, por ejemplo, la propia naturaleza de la actividad económica que desempeña o al sector al que pertenece, algunas otras como cambios en la administración de la entidad, cambios tecnológicos, huelgas, e inclusive a la misma competencia con sus similares.

Markowitz (1952) afirma que, si un portafolio estuviese compuesto por una única acción, su riesgo sería igual al promedio de las variaciones del rendimiento de dicha acción, por otro lado, si en el portafolio se incluyen dos o más acciones, en el caso de que se presente una disminución parcial de la rentabilidad, existe la posibilidad de evitar una pérdida mayor de la rentabilidad total del portafolio.

Ya que este riesgo es asociado al comportamiento de cada acción y su respectiva empresa por separado de las demás, se puede diversificar el riesgo en conjunto, agregando distintas acciones a un solo portafolio, es decir, si una acción presenta una fluctuación que afecta de manera negativa al rendimiento del portafolio, entonces se puede añadir una o varias acciones que presenten un comportamiento que beneficie al rendimiento y con esto se compensaría alguna pérdida. Por lo

tanto, la diversificación ayuda a reducir el riesgo sistemático, pero no a eliminarlo puesto que este riesgo no se puede eliminar.

Con base en esto surge la necesidad de diversificar los portafolios de inversión para que se ajusten al perfil de los inversionistas.

2.4.2 Perfil del inversionista

Contreras Huertas (2018), clasifica el perfil del inversionista en tres categorías de acuerdo con el portafolio en el que deseen invertir: conservador, moderado y agresivo. Y lo describe como las características de una persona que dirigen la forma en la que toman sus decisiones de inversión, incluido su nivel de tolerancia al riesgo, en relación con la diversificación de activos financieros existentes en el mercado.

Existen características que influyen en el inversionista para elegir su perfil y que además guían al inversionista a tomar sus decisiones de inversión, entre los principales podemos identificar dos, la primera es la tolerancia al riesgo, es decir, cuanto está dispuesto a arriesgar y la segunda es la rentabilidad que espera en un futuro con la inversión realizada.

Hay otro tipo de factores también importantes como:

- la edad y los ingresos del inversionista
- el horizonte de tiempo de la inversión
- los conocimientos financieros acerca del mercado y el entorno de la inversión.

Cuando se asume un riesgo alto de inversión, es porque se espera una retribución de un rendimiento esperado lo suficientemente alto como para compensar el riesgo asumido en la

inversión, es decir, entre mayor sea el riesgo, mayor será la rentabilidad obtenida y viceversa, entre menor riesgo de inversión, menor será el rendimiento percibido.

2.4.2.1 Conservador

El inversionista con un perfil conservador es aquel que está menos dispuesto a soportar el riesgo e invierte predominantemente en instrumentos de deuda (CONDUSEF, 2012).

Este perfil se considera por ser el menos tolerante al riesgo, por lo que elige invertir en activos de bajo riesgo sin importarle que el rendimiento obtenido sea bajo, pues busca una seguridad de inversión que le garantice que no perderá todo o la mayor parte del capital invertido.

El perfil conservador no representa una estrategia para obtener la máxima rentabilidad de inversión, por lo que se puede considerar como una alternativa para ahorrar sin la incertidumbre que se obtengan pérdidas considerables.

Por esto es por lo que generalmente los que eligen este perfil son personas jóvenes que perciben sus primeros ingresos y no quieren arriesgarlos, sino que son más propensos al ahorro y personas adultas que están próximas a su jubilación y no quieren arriesgar sus ahorros.

2.4.2.2 Moderado

El inversionista con un perfil moderado es un poco más tolerante al riesgo e invierte un porcentaje moderado de su dinero en deuda y acciones (CONDUSEF, 2012).

En este perfil el inversionista está dispuesto a tomar un nivel de riesgo considerable o moderado con el objetivo de maximizar la rentabilidad esperada, por lo que suele realizar su inversión con una combinación de activos poco riesgosos y riesgosos con la finalidad de diversificar el nivel de riesgo para obtener un rendimiento alto.

Generalmente los inversionistas con este tipo de perfil son personas de todas las edades con ingresos estables y con una alta capacidad de ahorro.

2.4.2.3 Agresivo

El inversionista con un perfil agresivo es aquel que quiere ganar más, por lo que está dispuesto a asumir mayor riesgo y destina un mayor porcentaje de su inversión a la renta variable (CONDUSEF, 2012).

Por último, con un perfil agresivo el inversionista busca obtener la máxima rentabilidad esperada, sin importarle el nivel de riesgo por lo general en horizontes de corto plazo.

Este inversionista opta por los activos financieros que ofrecen la mayor rentabilidad, aunque esto implique perder todo o la mayor parte del capital invertido. Las personas que optan por este perfil por lo regular están solteras y cuentan con ingresos altos que les garantizan una solides económica.

2.5 Teoría de portafolios

También es llamada teoría moderna de selección de cartera y se centra en el estudio de como maximizar y minimizar el rendimiento y riesgo de un portafolio de inversión mediante la elección estratégica de activos financieros que constituyan dicha cartera.

La teoría moderna del portafolio fue propuesta y desarrollada por el economista y premio nobel de economía en 1990, Harry Markowitz, con el artículo nombrado Portfolio Selection que fue publicado en 1952 en el Journal of Finance, en el cual el autor estudiaba el proceso de selección de una cartera de inversión.

Markowitz plantea que el proceso de selección de una cartera puede dividirse en dos etapas, en donde la primera consta de la observación y la experiencia, y finaliza con las expectativas sobre

el rendimiento futuro de los valores. La segunda etapa comienza con las expectativas sobre los rendimientos futuros y finaliza con la selección de la cartera, y el artículo se refiere únicamente a esta etapa. Bajo este modelo el autor plantea que los inversionistas siguen una conducta racional al momento de la selección de su cartera de inversión, por lo que siempre buscan obtener el máximo rendimiento, y al mismo tiempo minimizar el riesgo, asumiendo un riesgo que sea tolerable para el inversionista.

2.5.1 Modelo de Markowitz

En 1952 Harry Markowitz genero la más importante contribución a la teoría de portafolios de inversión con su trabajo titulado Porfolio Selection, el cual expone la conformación y selección de portafolios óptimos, donde las principales variables son el rendimiento esperado y el riesgo o desviación estándar. Su trabajo se centra en la expectativa de maximizar los rendimientos esperados con base en la información disponible en los mercados y con esta idea expresa el rendimiento esperado como:

$$R = \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{i=1}^N d_{it} r_{it} X = \sum_{i=1}^N X_i \left(\sum_{t=1}^{\infty} d_{it} r_{it} \right) \quad (1)$$

$$R_i = \sum_{t=1}^{\infty} d_{it} r_{it} \quad (2)$$

$$\Rightarrow R = \sum_{i=1}^N X_i R_i \quad (3)$$

Donde:

r_i = monto invertido en el activo i

d_{it} = tasa de descuento sobre el activo i al tiempo t

R = rendimiento del portafolio

N = número de activos

X_i = cantidad invertida en el activo i

R_i = rendimiento esperado del activo i

Con $X_i \geq 0 \forall i$ y $\sum X_i = 1$.

Markowitz analiza el riesgo del portafolio mediante el criterio de media-varianza, donde la medición del riesgo se representa por medio de la varianza, que es el grado de dispersión de los rendimientos, frente al rendimiento esperado promedio, planteando la siguiente metodología.

Define una variable aleatoria Y, que puede asumir un número finito de valores, es decir $y_1, y_2, y_3, \dots, y_N$. Y así mismo la probabilidad para cada valor que toma la variable Y de la forma $p_1, p_2, p_3, \dots, p_N$ respectivamente, entonces el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria son respectivamente:

$$E = p_1y_1, p_2y_2, p_3y_3, \dots, p_Ny_N \quad (4)$$

$$V = p_1(y_1 - E)^2, p_2(y_2 - E)^2, p_3(y_3 - E)^2, \dots, p_N(y_N - E)^2 \quad (5)$$

Tomando en cuenta que el valor esperado de una suma ponderada es la suma ponderada de los valores esperados, sabiendo esto, supone un número de variables aleatorias $R_1, R_2, R_3, \dots, R_N$, y si R representa un suma ponderada de las R_N como combinación lineal, entonces R también es una variable aleatoria y se puede calcular esperado de la siguiente forma:

$$E(R) = a_1E(R_1) + a_2E(R_2) + a_3E(R_3) + \dots + a_NE(R_N) \quad (6)$$

Donde a_N = ponderación para cada R_N .

Para calcular la varianza de la suma ponderada es más complejo, por lo que define el término covarianza y en general expresa la covarianza de las variables R_i con R_j como:

$$\sigma_{ij} = E\{[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]\} \quad (7)$$

Y se puede expresar en términos de la correlación de R_i con R_j (ρ_{ij}), entonces la covarianza es: $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$, con esto la varianza de una suma ponderada se expresa de la siguiente manera:

$$V(R) = \sum_{i=1}^N a_i^2 V(X_i) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{i>1}^N a_i a_j \sigma_{ij} \quad (8)$$

Y usando el hecho de que la varianza de R_i es σ_{ij} , entonces

$$V(R) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \sigma_{ij} \quad (8)$$

Retomando las suposiciones anteriores se concluye que los R_i que representan el rendimiento esperado del portafolio son variables aleatorias y los X_i no son variables aleatorias puesto que los fija el inversor. Se puede definir que el rendimiento esperado del portafolio es una suma ponderada de variables aleatorias donde el inversionista puede elegir los valores de las ponderaciones, con esto el valor esperado del portafolio y la varianza, respectivamente son:

$$E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i \quad (9)$$

$$V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (10)$$

Con

$$3) \quad X_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$4) \quad \sum X_i = 1.$$

Con esto Markowitz plantea el modelo de media-varianza para optimización del portafolio, donde el principal problema consta en minimizar la varianza del portafolio de la forma:

$$\text{Minimizar } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij}$$

s. a.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i$$

$$\sum X_i = 1.$$

$$X_i \geq 0 \quad \forall i$$

De la misma forma él se puede utilizar el modelo para maximizar el rendimiento esperado dejando como restricción la varianza de la siguiente forma:

$$\text{Maximizar } E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i$$

s. a.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij}$$

$$\sum X_i = 1.$$

$$X_i \geq 0 \forall i$$

2.5.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Uno de los trabajos más importantes que surgió con base en la teoría de Markowitz fue el Capital Asset Pricing Model (CAPM por sus siglas en inglés), fue desarrollado por Sharpe (1964).

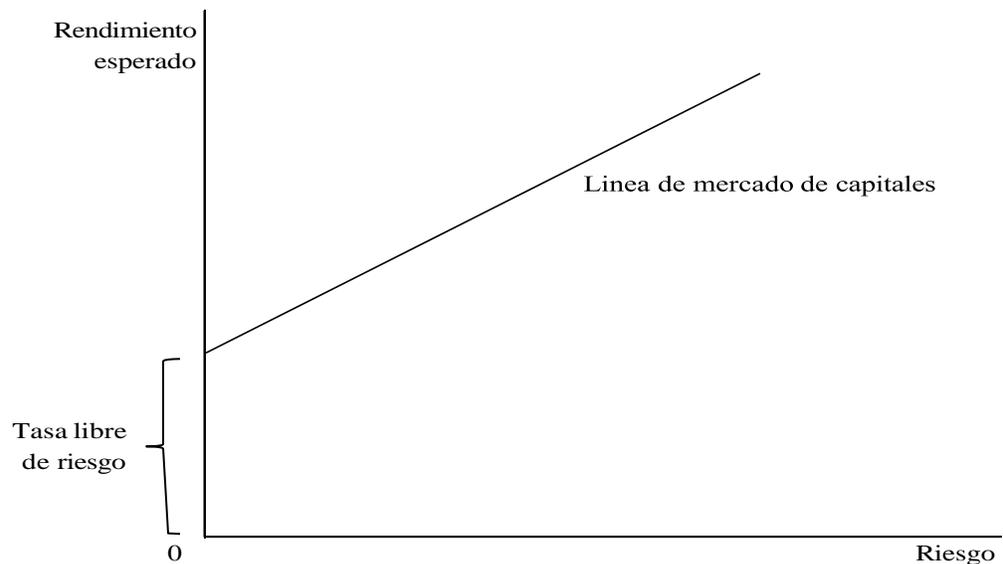
El modelo CAPM se basa principalmente en los siguientes supuestos:

- Los inversionistas son individuos que tienen aversión al riesgo y buscan maximizar la utilidad esperada de su riqueza al final del periodo
- Los inversionistas son tomadores de precios y tienen expectativas homogéneas de los rendimientos de los activos riesgosos
- Existe un activo libre de riesgo tal que los inversionistas pueden pedir prestado o prestar cantidades limitadas a la tasa de interés libre de riesgo
- Las cantidades de todos los activos financieros son perfectamente divisibles
- Los mercados de activos financieros riesgosos están libres de fricciones, la información no tiene costo alguno y están al alcance de todos los inversionistas
- No existen imperfecciones en el mercado, tales como impuestos, leyes, etc

Por lo tanto, este modelo permite verificar las inversiones que ofrecen mayor rendimiento esperado para cada nivel de riesgo, estos elementos juntos representan la frontera eficiente de las alternativas de inversión.

Sharpe (1964), menciona que el mercado lo representa: la tasa pura de interés, que se muestra por la intersección de la línea con el eje horizontal, y el precio del riesgo, que se entiende como el rendimiento esperado adicional por unidad de riesgo asumido, formando así la línea de mercado de capitales como se muestra en la siguiente gráfica.

Grafica 2 Línea de mercado de capitales



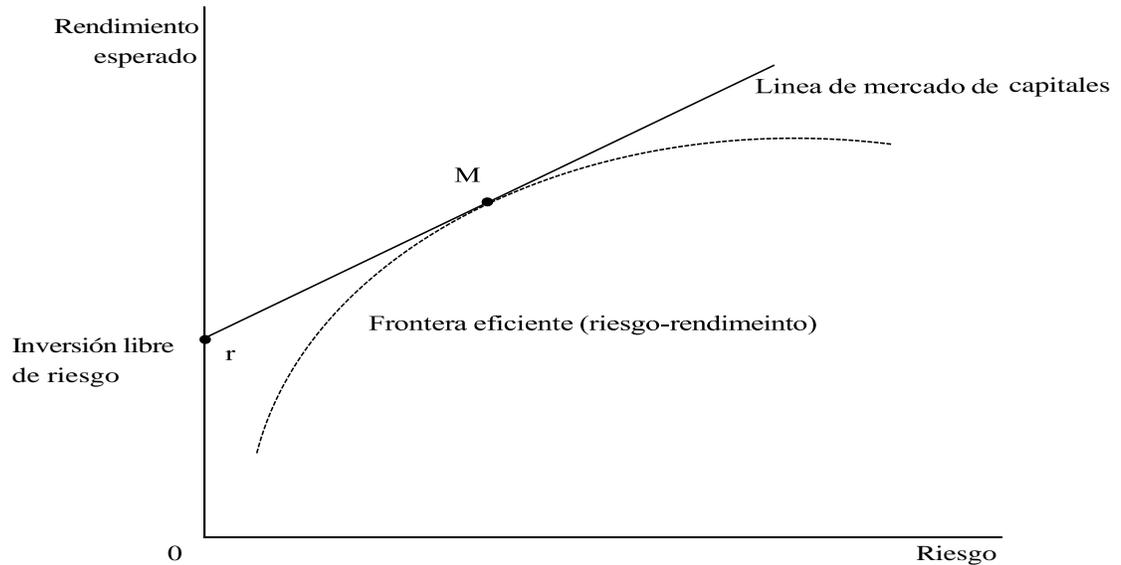
Grafica 2. La grafica ilustra la línea de mercado de capitales de acuerdo con el riesgo y rendimiento esperado. Fuente: Sharpe (1964).

Cualquier inversionista que sigue una conducta racional y mediante procedimientos de diversificación es capaz de posicionarse en cualquier punto sobre la línea de mercado de capitales.

La frontera eficiente es un conjunto de portafolios de inversión eficientes en el mercado, ya que ofrecen el mayor rendimiento esperado según el nivel de riesgo que el inversionista pueda o desee asumir. Está representada gráficamente como una curva, en donde las carteras eficientes

están por debajo de la curva, mientras que si están por encima el inversionista estará obteniendo una rentabilidad inferior a la que podría obtener, además de asumir riesgos no tolerables con respecto al nivel de riesgo que está asumiendo.

Grafica 3 CAPM.



Grafica 3. Se muestra la representación gráfica del modelo CAPM, donde la línea curva punteada representa el conjunto de portafolios óptimos a lo que se le denomina frontera eficiente, y la recta que parte del punto r representa la inversión libre de riesgo, mientras que el punto M que es tangente a esta recta representa el portafolio de mercado óptimo (de Sousa Santana, 2013).

En el análisis que realiza de Sousa Santana (2013), menciona que el ajuste de la relación riesgo-retorno se logra mediante la adecuación del precio de los activos relacionados con cada alternativa de inversión.

Con esto obtenemos una ecuación que dado el nivel de riesgo relativo al del mercado, se ocupa para determinar el retorno esperado de una alternativa de inversión, siendo esta la ecuación del modelo CAPM.

$$k_i = r_0 + \beta[E(r_m) - r_0] + \delta \quad (11)$$

Donde:

k_i = tasa de retorno esperada para la inversión i ,

r_0 = tasa de retorno de inversión libre de riesgo,

β = indica la sensibilidad de la inversión i al riesgo del mercado (coeficiente beta),

$E(r_m)$ = retorno promedio esperado de los activos de riesgo disponibles en el mercado,

δ = ajustes para la aplicación del modelo en otros mercados;

Además, se tiene que:

$[E(r_m) - r_0]$ = representa la prima de riesgo de mercado, se refiere al “precio del riesgo”.

El coeficiente beta se utiliza para medir el riesgo no diversificable, es decir, el riesgo que no es específico de algún sector de la economía y que afecta a todas las empresas, por ello es importante para disminuir el riesgo total del portafolio ya que mide la relación entre el retorno de un activo y el retorno del mercado, tal que:

- Si $\beta > 1$, entonces el riesgo sistemático de la inversión es mayor al riesgo promedio del mercado,
- Si $\beta < 1$, entonces el riesgo sistemático de la inversión es menor al riesgo promedio del mercado,
- Si $\beta = 1$, entonces el riesgo sistemático de la inversión es similar al riesgo promedio del mercado.

El mercado de valores se ha convertido en una de las principales fuentes de liquidez e inversiones, por lo que siempre existe la necesidad de que este mercado este regulado por las instituciones competentes.

Por otro lado es de suma importancia implementar nuevas técnicas, métodos y modelos que complementen a los ya conocidos y que ayuden a los inversionistas a tomar decisiones de inversión ya que por el tipo de activos puede implicar un alto nivel de riesgo, la teoría de la selección de portafolios de Markowitz sin duda en el pilar más importante en la optimización de portafolios, ya que a lo largo del tiempo surgen muchos trabajos posteriores retomando esta teoría debido a sus bases bien fundamentadas.

Capítulo III. Algoritmos Genéticos

Existe una gran variedad de métodos que dan solución al problema de optimización, que han sido por mucho tiempo tema de investigación y a lo largo del tiempo estos métodos han ido evolucionando, de tal manera que se generan nuevas variantes o se incorporan nuevos componentes que lleven a un método ser más eficientes que el anterior.

Tal es el caso de los algoritmos evolutivos que están inspirados en la evolución que se da en la naturaleza y la selección natural, de tal manera que las especies que forman el ecosistema son capaces de adaptarse a los cambios del entorno, donde cada individuo de la población representa una posible solución al problema de la supervivencia.

Esta serie de tácticas que ayudan a los individuos a adaptarse se pueden representar como un proceso iterativo asignando un valor cuantitativo a cada individuo para medir su adaptabilidad al entorno y de esta forma realizar una búsqueda.

A raíz de estos métodos surgieron los algoritmos genéticos como métodos de búsqueda sistemáticos que aplican los métodos de la evolución biológica para dar solución a problemas de optimización y que han demostrado a través de numerosos trabajos de investigación ser un método muy eficiente en su aplicación al campo de las finanzas, en concreto a portafolios de inversión.

En este capítulo abordaremos los antecedentes históricos de los algoritmos genéticos desde sus orígenes biológicos, como están estructurados, su incorporación al problema de optimización de portafolios de inversión y su funcionamiento frente al problema de maximización o minimización, como se muestra en la figura 5.

Esquema general del capítulo III

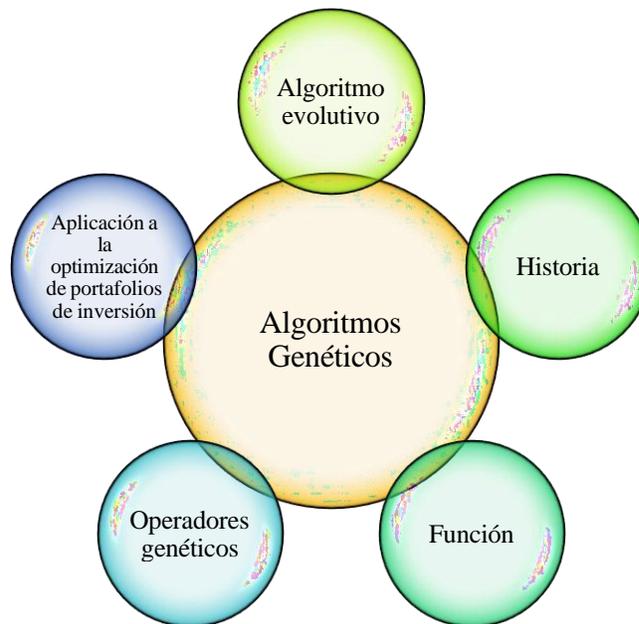


Figura 5. Muestra el tema principal y los cinco subtemas que se abordan en este capítulo.

3.1 Algoritmo Evolutivo

Los algoritmos evolutivos (AE) son métodos de búsqueda robustos, que tienen como objetivo encontrar parámetros que minimicen o maximicen una función de adaptación denominada fitness, dando solución al problema de optimización.

La forma de operar de estos algoritmos es iniciando con una población de individuos, donde cada individuo representa una solución potencial al problema, evaluando el desempeño de cada individuo mediante una función de adaptación que permite ordenar del mejor al peor a todos los individuos de la población según su grado de adaptación (Valencia, 1997).

Un Algoritmo Evolutivo funciona a partir de un vector de un conjunto de individuos que por sí solos representan una posible solución a un problema de optimización numérica o combinatoria, a los cuales son denominados población. Pasando a la población por un proceso de selección en varias iteraciones para encontrar al individuo más apto mediante operadores de

recombinación y transformación, para ser considerado como la solución al problema de optimización (García, et al., 2018).

Por su parte De Greiff & Rivera (2018) generalizan a los algoritmos evolutivos, como procedimientos que denominan población a un grupo de individuos que representan un conjunto de soluciones. Utilizando operadores de cruce o recombinación y mutación para crear nuevos y mejores individuos en cada iteración, donde los individuos con la mejor aptitud tienen una mayor probabilidad de mejorar la población anterior mediante la descendencia.

La manera en que se genera una nueva población se muta o se recombina a los individuos, incluso la forma de evaluarlos, dan lugar a distintas clases de algoritmos a partir del AE.

Estructura de un algoritmo evolutivo

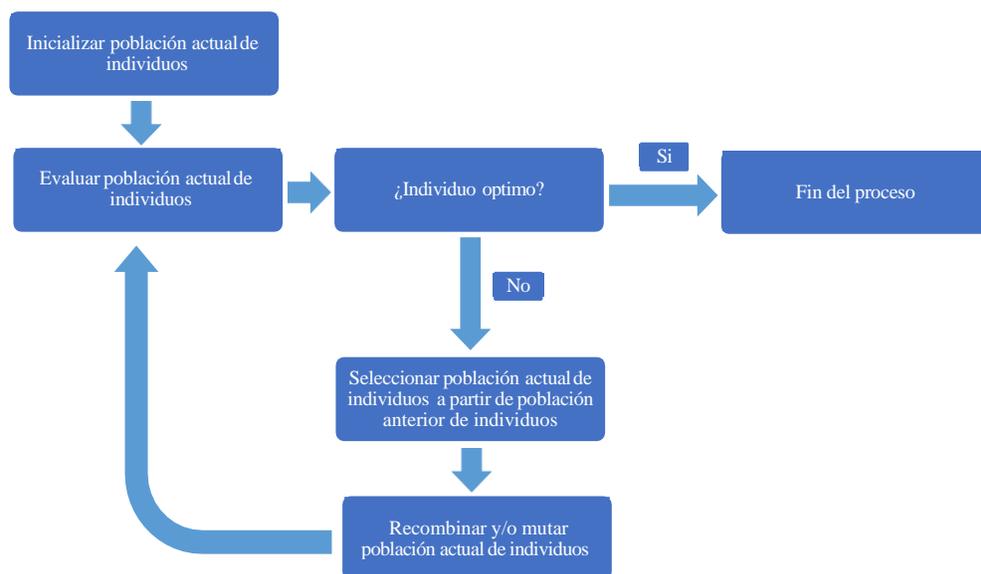


Figura 6. Muestra la estructura general y funcionamiento de un AE, (Valencia, 1997).

El algoritmo evolutivo básico dio origen a gran variedad de modelos como los algoritmos genéticos, dependiendo de la codificación de los individuos y los operadores de selección.

3.2 Historia de los algoritmos

En 1966 Fogel, Owens y Walsh introdujeron una técnica a la que llamaron Programación Evolutiva, a raíz de su trabajo “Artificial Intelligence Through Simulated Evolution”, donde los candidatos a soluciones para los problemas se representan como máquinas de estado finito. Trabajos posteriores que fueron auge para la creación de los algoritmos genéticos como se observa en la figura 7, entre los cuales destaca el trabajo realizado por el investigador Ingo Rechenberg en 1973 en su obra “Evolutionsstrategie: Optimierung Technischer Systeme nach Prinzipien der Biologischen Evolution”, convirtiéndolo así en el pionero y dando las bases de las Estrategias de Evolución (Gestal, et al., 2010).

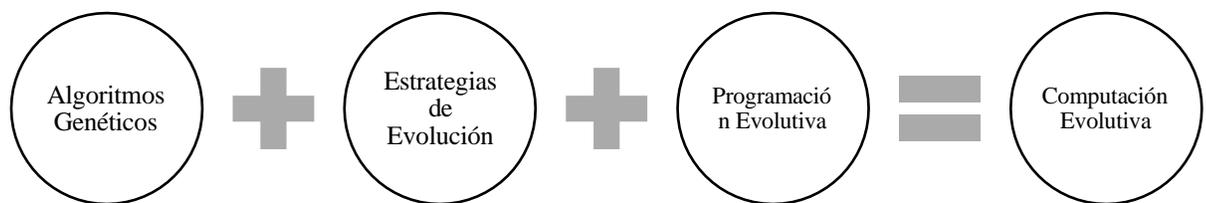


Figura 7. Muestra los 3 principales métodos que inspiraron a la computación evolutiva, (Gestal, et al., 2010).

Gestal, et al. (2010), García, et al. (2015) y De Greiff & Rivera (2018) mencionan que las bases de los algoritmos genéticos surgen a finales de los años 60 y se le atribuye en gran medida a John Holland investigador de la Universidad de Michigan, cuando desarrollo una técnica que recibió el nombre de “planes reproductivos” ya que se basaba en el proceso de la selección natural, posteriormente esta técnica fue conocida como “algoritmos genéticos” gracias al libro titulado “Adaptation in Natural and Artificial Systems”, trabajo realizado por John Holland basado en investigaciones anteriores y publicado en 1975.

Los modelos ya mencionados forman parte de una familia de métodos inspirados en la evolución como lo mencionan Gestal, et al. (2010), dando lugar a la computación evolutiva.

El autor atribuye la creación de la computación evolutiva a una fuerte base biológica sustentada por Charles Darwin con su trabajo sobre el origen de las especies en 1859, y destaca tres hechos fundamentales en la evolución biológica:

1. La evolución es un proceso que opera sobre los cromosomas, es decir, los cromosomas son considerados como herramientas orgánicas que codifican la vida.
2. La selección natural es un mecanismo que relaciona a los cromosomas con su entorno, en términos biológicos es la relación del genotipo con el fenotipo, dando a los individuos más aptos la oportunidad de reproducirse.
3. El proceso de evolución tiene lugar durante la reproducción, cuando se combinan los cromosomas de los padres para generar descendencia (cruce), o que los cromosomas sean diferentes a los de los padres (mutación).

3.2.1 Orígenes biológicos

En el contexto biológico los seres humanos poseen características distintivas como el color de cabello, de ojos, el tono de piel, estatura, complejión, estructura ósea, tipo de sangre, por mencionar algunas, en general para cualquier especie, cada individuo tiene ciertas características que lo identifican las cuales forman a lo que se le denomina el fenotipo de un ser (Kuri & Galaviz, 2002).

La herencia juega un papel muy importante en el fenotipo, ya que ciertas características del individuo son iguales a las de sus antecesores, es decir son heredadas o por lo menos se posee cierta predisposición a ellas, por ejemplo, una persona tiene cierta predisposición a sufrir enfermedades cardiovasculares si alguno de sus antecesores poseía esta característica que puede afectar con el tiempo en menor o mayor medida a esta persona, e incluso puede que nunca se presente si esta persona tiene una excelente condición física desde temprana edad.

Kuri & Galaviz (2002) describen a la herencia que reciben de sus antecesores y la interacción del individuo con el entorno en el que se desarrolla, es decir el medio ambiente, generan el fenotipo del individuo, en ocasiones el entorno tiene una influencia significativa y algunas veces no influye mucho, ya que retomando el ejemplo anterior no puede participar en el color de los ojos o el tipo de sangre.

El fenotipo se determina por la información genética (genoma) en las células de un ser humano, y a su vez esta información está contenida en los cromosomas del ser, un cromosoma es una molécula larga de ácido desoxirribonucleico (ADN) formada por compuestos llamados nucleótidos que forman un conjunto que ayudan a codificar la información de los cromosomas, a este conjunto de nucleótidos se le llama genes. Una persona tiene 46 cromosomas en sus células que constituyen su organismo, donde la mitad de cromosomas son heredados por el padre y la otra mitad por la madre del individuo, así una persona tiene 23 pares de cromosomas heredados mediante la reproducción.

Las células que intervienen en la reproducción de los seres humanos son los óvulos, provenientes de la mujer y los espermatozoides, provenientes del hombre, estas células pertenecen a un grupo de células llamadas gametos que se reproducen por medio de un proceso de división llamado meiosis. Kuri & Galaviz (2002) describen que el proceso de meiosis para un par de cromosomas en una célula es el siguiente:

1. Célula diploide, es decir que tienen un número doble o juego de cromosomas que corresponden al padre y a madre.
2. Los cromosomas se duplican, haciendo una copia de cada cromosoma.
3. Un juego de cromosomas del padre se cruza con uno de la madre.

4. Se forman dos juegos de cromosomas llamados híbridos, de esta forma se tiene 4 juegos de cromosomas (1 del padre, 1 de la madre y 2 híbridos).
5. Los cromosomas se separan en pares.
6. Se forma una membrana celular, es decir, se divide la célula en dos partes.
7. Los juegos de cromosomas se separan individualmente.
8. Se vuelve a crear una nueva membrana para separar a los núcleos que contienen cada uno a un juego de cromosomas, siendo así cuatro núcleos.

3.2.2 Supervivencia del más fuerte

Las causas naturales entre las cuales se encuentran la presión atmosférica, el clima, área geográfica, e incluso la alimentación, entre otras, generan seres óptimos, es decir, seres que se adaptan perfectamente a su entorno para sobrevivir, su adaptación se considera perfecta en relación con su entorno porque sufren pequeños cambios infinitesimales a lo largo de muchas generaciones, gracias a esta infinidad de circunstancias tanto naturales como biológicas los seres logran evolucionar.

El entorno en que vivimos hoy en día es el reflejo de miles de años de evolución, es decir el resultado de muchos experimentos fallidos y éxitos que han ido puliendo constantemente a una generación primeriza a lo largo del tiempo.

Debido a todas estas circunstancias muchos seres o individuos perecieron al lado de otros compitiendo, tratando de ser los más aptos para sobrevivir, con lo que Darwin dio origen a un proceso denominado “Selección natural”. Darwin describe a las generadoras de organismos mejores como: “modificaciones heredadas”, lo que hoy en día muchos autores definen como mutación (Kuri & Galaviz, 2002).

La mutación es considerada como la base de la evolución, ya que como lo mencionan Kuri & Galaviz (2002) un ser mutado es un individuo que ha experimentado una modificación que lo

diferencia del resto de sus parentescos. La modificación sufrida por algún individuo puede representar un inconveniente, por ejemplo la falta de algún órgano útil para sobrevivir, sin embargo puede darse el caso opuesto, en donde la modificación representa una virtud o cualidad que le permita al individuo adaptarse con mayor facilidad a cualquier circunstancia por encima del resto de sus parentescos.

Gracias a la mutación este ser tendrá mayores probabilidades de heredar a sus descendientes dicha característica virtuosa que le dio predominancia sobre los demás mediante la reproducción, con el pasar del tiempo esta característica que era diferente entre los individuos se volverá común con la creación de una nueva generación. A este proceso se le denomina evolución.

Por su parte Gestal, et al. (2010) mencionan que en la naturaleza los individuos de una población se encuentran en constante competencia con otros por recursos para sobrevivir, por ejemplo la comida, el agua o el territorio, y aquellos que tienen éxito en esta competencia son los que tienen mayores probabilidades de sobrevivir y tener mayor descendencia. Esto conlleva a que los genes de los individuos mejor adaptados se transmitirán a más individuos en generaciones posteriores, de este modo las especies combinan los genes para que los hijos tengan mejores características que los padres y las generaciones evolucionen adaptándose cada vez más al entorno donde residen.

3.3. Función del Algoritmo Genético

Los algoritmos genéticos AG's son utilizados como métodos de búsqueda usados exitosamente en los problemas de optimización combinatoria y de funciones reales, ya que ofrecen soluciones óptimas simulando la evolución natural (Kuri & Galaviz, 2002).

De acuerdo con Escobar Robledo (2008), los algoritmos genéticos hacen evolucionar una población de individuos sometidos a acciones aleatorias similares a la evolución en la

naturaleza de acuerdo con los principios de la selección natural y la supervivencia de los más fuertes.

Por su parte De Greiff & Rivera (2018) describen a los algoritmos genéticos como procedimientos basados en el principio de Darwin de “adaptarse para sobrevivir”, en donde los individuos genéticamente más aptos tienen mayores probabilidades de sobrevivir.

Al igual que los AE, los algoritmos genéticos operan sobre una población de individuos, donde cada uno de estos individuos representa una posible solución al problema que se está tratando de resolver, Gestal, et al. (2010) describen que todos los individuos tienen asociado un ajuste de acuerdo con la eficiencia del individuo en la lucha por los recursos, es decir su nivel de adaptarse para sobrevivir. Así los individuos pueden ser reproducidos mediante dos operadores de reproducción: reproducción sexual, la cual genera descendencia a partir de la población anterior y reproducción asexual, en la cual ciertos individuos pasan a la siguiente población sin sufrir ninguna variación, con ello se obtiene una nueva población a partir de la anterior con individuos genéticamente mejorados.

Un algoritmo genético se encarga de generar una población de códigos (los códigos en una población serán llamados individuos, y los códigos en general se les denominarán indistintamente cromosomas, genotipo, genoma o código genético, por analogía con los términos biológicos de donde surgen), que correspondan a elementos del dominio próximos a resolver el problema, de manera general el algoritmo recibirá como entrada la población de códigos para generar nuevas poblaciones a partir de esta, donde algunos códigos desaparecerán mientras que otros se convertirán en mejores soluciones posibles, hasta que se cumpla alguna condición de terminación (Kuri & Galaviz, 2002).

De Greiff & Rivera (2018) describen que los pasos básicos para crear un AG son los siguientes:

1. Generar una población inicial diversa: en los algoritmos genéticos, una población inicial de individuos o soluciones contiene un número determinado de cromosomas generados de manera que se garantice diversidad, donde cada cromosoma representa la proporción que cada activo tiene en el portafolio de inversión.
2. Evaluar cada individuo de la población inicial: Se define una función de aptitud con el fin de evaluar cada cromosoma y así determinar cuáles de ellos representan una buena solución.
3. Seleccionar los individuos de la población para generar nuevos individuos hijos: utilizando métodos de cruce entre cromosomas y mutaciones para generar nuevas soluciones, la población converge a un conjunto con las soluciones mejor adaptadas.
4. Realizar la operación de cruce entre los individuos seleccionados: el cruce entre cromosomas se refiere a una solución nueva obtenida al combinar otras dos o más soluciones anteriores, mientras que la mutación ocurre bajo cierta probabilidad y trae como consecuencia un cambio aleatorio en una solución obtenida para formar una nueva población o generación de individuos.
5. Actualizar la población actual con la nueva generación.
6. Si las condiciones para que el algoritmo se detenga se cumplen, parar, de otro modo ir al paso 2.

Estructura de un algoritmo genético

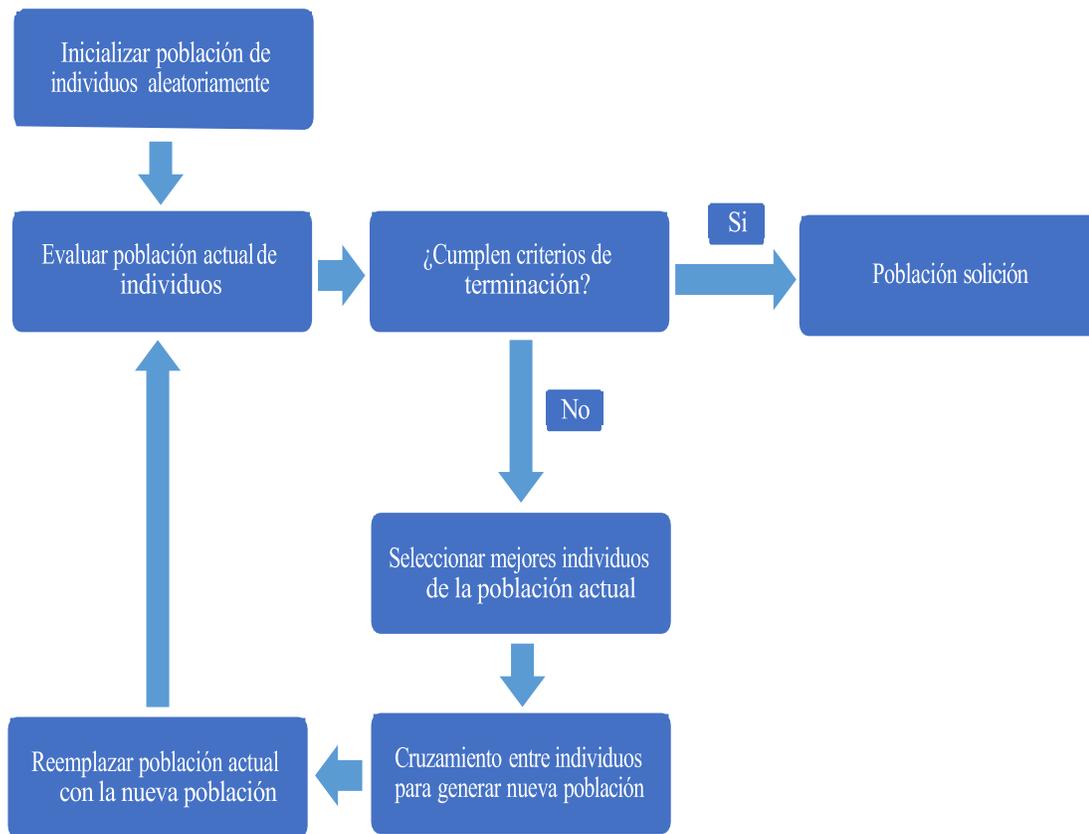


Figura 8. Muestra la estructura general y funcionamiento de un AG (Valencia, 1997).

El algoritmo genético escoge un conjunto de soluciones llamadas población inicial, en vez de escoger una solución inicial a diferencia de los métodos clásicos de optimización, García León, et al. (2010) menciona que las fases de un AG son las siguientes:

1. Función de ajuste: después de que se tiene la población inicial, se debe seleccionar a los individuos más idóneos de esta población para la siguiente etapa mediante la función de ajuste.
2. Método de selección,
3. Cruzamiento,
4. Mutación,

5. Generación de una nueva población: los individuos resultantes de la etapa de mutación forman a la nueva población que reemplaza a la anterior.

Repetiendo este proceso hasta encontrar la población óptima o llegar al número de iteraciones deseado.

3.4 Operadores genéticos

El proceso de los algoritmos genéticos lleva consigo mecanismos genéticos, también llamados operadores genéticos que se encargan de seleccionar, cruzar o mutar a los individuos de una población mediante sus cromosomas, que como se mencionó en secciones anteriores, estos son los encargados de dar una solución al problema mediante la evaluación y selección de los individuos más aptos.

La codificación de los cromosomas que forman un individuo se hace mediante valores binarios, asignando un determinado número de bits a cada cromosoma en cuestión, dependiendo del grado de ajuste que se desee alcanzar, entonces, cualquier solución potencial al problema es representada mediante parámetros (genes) que son codificados en una cadena de bits, donde cada bit recibe el nombre de alelo, cada una de las maneras en que puede manifestarse un gen, en términos biológicos (Gestal, et al., 2010).

El algoritmo genético genera una población inicial formada por cierto número de cadenas de bits (individuos) creadas de manera aleatoria, para llevar a cabo el proceso evolutivo, evaluando el desempeño de los individuos y generando una población nueva a partir de la actual hasta cumplir los criterios de terminación (Valencia, 1997).

3.4.1 Selección

El operador de selección genera una población intermedia a partir de la población actual con las mismas proporciones, encontrando y seleccionando a los individuos con las mejores condiciones de adaptación, para determinar que individuos dejarán descendencia para formar la próxima generación, reproduciendo en mayor cantidad a los individuos más aptos y eliminando o reproduciendo en menor cantidad a los menos aptos (Valencia, 1997).

La selección aumenta la probabilidad de tener individuos óptimos (mejor adaptados) en el futuro, pues al igual que en la naturaleza, sobreviven los individuos más adaptados a su entorno y son calificados para tener mayores oportunidades de reproducirse.

Este operador provoca que haya más individuos buenos, ya que, si de la primera generación o población inicial de individuos, se eligen los que tienen las mejores características de adaptación para pasarlos a la siguiente generación, la nueva generación superará en promedio de estas características a la generación anterior, ocasionando así que la población mejore su nivel de adaptación con cada generación.

De esta manera se incluye una estrategia denominada elitismo, mediante la cual se elige a un grupo conformado por los mejores individuos, de esta manera no se selecciona solamente al individuo más apto de toda la población, ya que con ello hay la posibilidad de que este individuo por sí solo no forme parte de la siguiente generación (Kuri & Galaviz, 2002).

El proceso de selección se encarga de escoger a los individuos que tienen oportunidades de reproducirse, dando un mayor número de oportunidades a los más aptos, tratando de imitar el comportamiento de la naturaleza. Existen dos tipos de algoritmos de selección basados en este principio:

Probabilísticos, apoyándose en el cálculo de probabilidades teniendo como principal factor el azar, entre los cuales destacan dos principales algoritmos de este operador:

- Selección por ruleta.
- Selección por torneo.

Determinísticos, que otorga a cada individuo el número de veces que se puede reproducir dado un nivel de ajuste a cada individuo (Gestal, et al., 2010).

3.4.1.1 Selección por ruleta

El método de selección por ruleta es un algoritmo de muestreo propuesto por Holland para seleccionar a los individuos de una población de manera aleatoria, Valencia (1997) puntualiza el método de la ruleta de la siguiente manera:

1. Establecer la suma de las adaptaciones de cada individuo perteneciente a la población, asignando uno a uno la parte proporcional que le corresponde según su grado de adaptación.
2. Generar un número aleatorio dentro del rango de la suma y seleccionar al individuo cuyo número está dentro de una parte proporcional asignada dentro de la suma.
3. Repetir este proceso hasta obtener el número deseado de individuos o muestras.

Gestal, et al. (2010), describen que la suma de los porcentajes asignados a cada individuo de acuerdo con su nivel de ajuste de una ruleta debe ser igual a la unidad, donde los mejores individuos reciben un porcentaje mayor y los peores un porcentaje menor. Se genera un número aleatorio en el intervalo de cero a uno para seleccionar al individuo ubicado en esa posición de la ruleta.

El método de la ruleta es el más utilizado desde los orígenes de los AGs y a pesar de ser muy sencillo de utilizar, expone la desventaja de que el individuo con el peor grado de ajuste puede

ser seleccionado más de una vez, además presenta una ineficiencia cuanto mayor sea el tamaño de la población.

3.4.1.2 Selección por torneo

Gestal, et al. (2010) mencionan y describen que existen dos interpretaciones de selección por torneo:

1. Torneo determinístico: en esta versión se selecciona un número de individuos al azar que normalmente es 2, y de estos individuos seleccionados se elige el más apto (con base en comparaciones directas entre sus genotipos) para que forme parte de la siguiente generación

2. Torneo probabilístico: esta versión es similar a la anterior, excepto en cómo elegir al ganador del torneo, que generalmente no se elige ganador al individuo más apto, sino que se genera un número aleatorio entre 0 y 1, si el número es mayor al de un parámetro se elige al individuo más alto y si el número es menor al parámetro se elige al individuo menos apto, donde dicho parámetro se encuentra dentro del intervalo [0.5, 1].

Existe un caso particular de un torneo donde participan todos los individuos de la población llamado elitismo global, en este torneo la presión de selección es elevada, es decir los mejores individuos serán los elegidos para pasar a la siguiente generación y los peores individuos tienen mínimas oportunidades de reproducción.

Entonces variando el número de individuos que participan en el torneo se modifica la presión de selección, pues con una presión de selección alta, la búsqueda será corta ya que se tomarán las mejores soluciones actuales, por el contrario con una presión de selección baja se extiende el espacio de búsqueda, dando la oportunidad de encontrar nuevas posibles soluciones.

Por su parte Valencia (1997) describe que la selección por torneo no requiere algoritmos de muestreo, ya que es un método de selección que no contempla valores esperados. Los pasos para generar una población para seleccionar a los individuos son los siguientes:

1. Definir el tamaño del torneo, es decir los individuos que se van a enfrentar, que regularmente es igual a 2.
2. Se genera una permutación aleatoria.
3. Se compara el grado de adaptación de los miembros de la población, seleccionando a los mejores.
4. Si se acaba la permutación, generar una nueva y repetir hasta completar la nueva población.

3.4.2 Cruce

Se denomina cruce o cruzamiento al proceso en el que el código genético de dos individuos se mezcla para producir nuevos individuos cuyo código genético es híbrido, es decir, una mezcla de los códigos genéticos de los padres.

En el contexto biológico este proceso otorga la posibilidad de que cualquier individuo pueda heredar a sus descendientes algunas de sus características y así sucesivamente para cada generación.

De esta manera el cruzamiento entre individuos que poseen un código genético con las mejores características de adaptación aumenta la probabilidad de generar individuos que hayan heredado de sus predecesores dichas características (Kuri & Galaviz, 2002).

Para el caso de los algoritmos genéticos existen diferentes técnicas de cruzamiento entre individuos para obtener posibles soluciones, entre los cuales los más utilizados son:

- Cruce de 1 punto

- Cruce de 2 puntos
- Cruce uniforme

3.4.2.1 Cruce de un punto

Es el mecanismo de cruce más común, donde dados dos individuos previamente seleccionados de acuerdo con su grado de adaptación para que pasen a formar parte de la siguiente generación y así tener la posibilidad de reproducirse mezclando sus códigos genéticos para formar nuevos individuos con códigos genéticos híbridos.

Posteriormente se realiza un punto de corte aleatoriamente entre las cadenas de bits de los cromosomas de los individuos seleccionados, eligiendo un segmento izquierdo y derecho por cada individuo, para intercambiar los segmentos entre los individuos y de esta forma crear dos cadenas de bits híbridos (Kuri & Galaviz, 2002).

Por su parte Gestal, et al. (2010) describen que el cruce de un punto además de ser la técnica más utilizada, es la más sencilla, ya que después de tener a dos individuos previamente seleccionados se realiza un corte a sus cadenas de cromosomas en un punto aleatorio para dividirlo en dos segmentos que denominan: cabeza y cola, de esta manera intercambia las colas entre los individuos para generar descendencia, es decir, a los nuevos individuos con código genético combinado o híbrido, como se muestra en la figura 9.

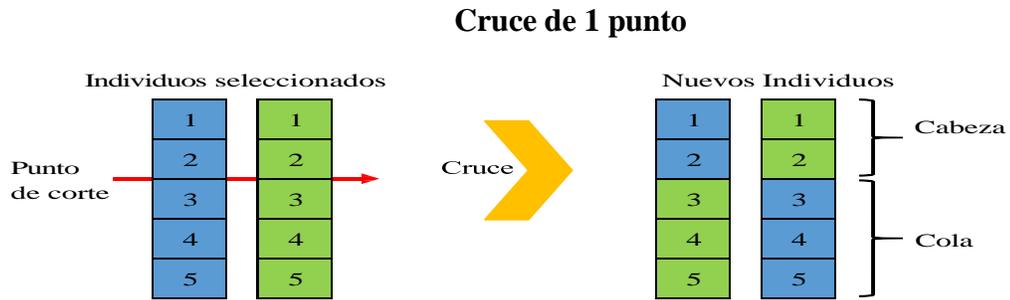


Figura 9. Muestra el cruce entre 2 individuos compuestos por 5 cromosomas cada uno, para generar un par de nuevos individuos a través del intercambio de cromosomas, Gestal, et al. (2010).

3.4.2.2 Cruce de dos puntos

Esta técnica es muy similar a la anterior, pero en vez de realizar un corte, se realizan dos cortes iguales en dos puntos de ambas cadenas cromosomas seleccionadas, garantizando que cada cadena se divida en tres segmentos, de esta manera se podrán intercambiar los dos segmentos de los extremos entre un individuo y otro para generar la descendencia, representado gráficamente en la figura 10.

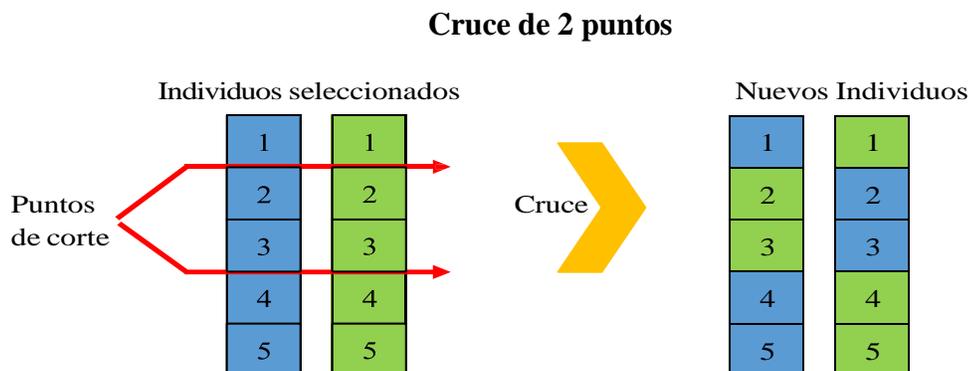


Figura 10. Muestra el cruzamiento entre dos individuos con 5 cromosomas cada uno, donde se realizan 2 cortes a la cadena de cromosomas para intercambiar los extremos y generar nuevos individuos Gestal, et al. (2010).

Gestal, et al. (2010) señalan que añadiendo uno o más puntos de cruce a la técnica, se obtiene una mayor magnitud en la exploración del espacio de búsqueda del problema.

3.4.2.3 Cruce uniforme

En esta técnica se genera una cadena de cruce con números binarios generados aleatoriamente, que será esencial para el proceso de cruce entre cromosomas, dicha cadena binaria puede permanecer fija todo el proceso de cruzamiento o generar una nueva para cada cruce, como lo muestra la figura 11.

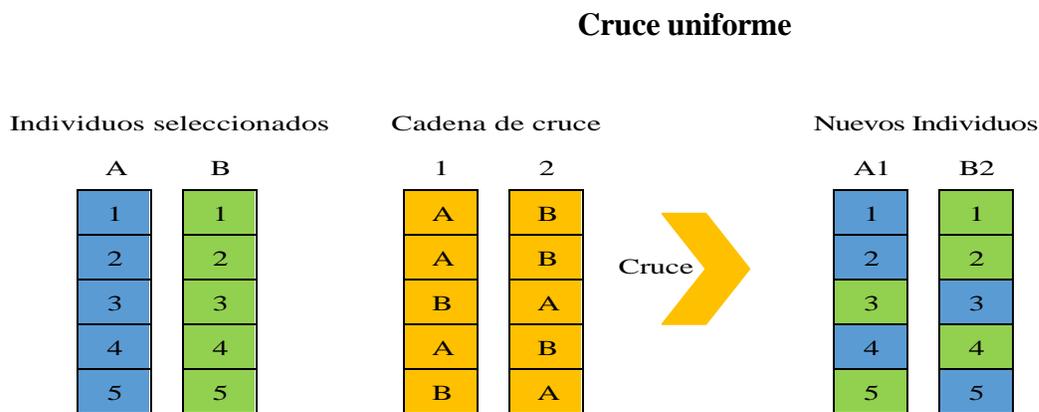


Figura 11. Muestra el cruzamiento entre dos individuos con 5 cromosomas cada uno, a través de una cadena de cruce que define que cromosomas se intercambian entre individuos y así se generan los nuevos individuos, Gestal, et al. (2010).

Una vez generada la cadena de cruce, en las posiciones donde hay un 1, el gen del primer padre pasa a formar parte del primer descendiente, así mismo en las posiciones donde en la cadena de cruce hay un 0, el gen del segundo padre pasa a formar parte del primer descendiente en esa misma posición, el mismo proceso se realiza para crear al segundo descendiente, pero esta vez intercambiando la interpretación de los números binarios, es decir, en las posiciones donde hay un

0, el gen del primer padre pasa al segundo descendiente y en las posiciones donde hay un 1, el gen del segundo padre pasa a formar parte del segundo descendiente. De esta forma cada gen de los descendientes tiene la misma probabilidad de provenir de cualquiera de los padres (Gestal, et al., 2010).

3.4.3 Mutación

Dentro de los algoritmos genéticos el operador mutación representa la alteración de algunos elementos del código genético de individuos que son seleccionados aleatoriamente y mutados a propósito, con la meta de generar nuevos individuos que exploren nuevas áreas que tal vez aún no se han explorado en el espacio de búsqueda del problema. Este operador permite que aleatoriamente se busquen nuevas y posiblemente mejores soluciones, superando a las obtenidas anteriormente, sin presuponer conocimiento alguno sobre dominio del problema.

No suponer conocimiento previo del dominio del problema a resolver, no solo en la mutación, si no en el problema en general, es una característica que hace de los algoritmos genéticos una técnica universalmente aplicable a una gran variedad de problemas (Kuri & Galaviz, 2002).

El operador mutación en varios casos se utiliza en conjunto con el operador cruce, o pudiendo seleccionar a los individuos sin haber realizado el proceso de cruce, ya que, la mutación es un proceso que produce que algunos de los genes de algún individuo, alteren su valor de manera aleatoria.

Para imitar el comportamiento de la naturaleza de producir algún tipo de error al generar la descendencia, en el primer caso, después de que se realiza un cruce exitoso, uno o ambos de los nuevos individuos generados (descendencia) son mutados con cierta probabilidad, de esta manera

se garantiza examinar todo el espacio de búsqueda de soluciones al problema, es decir, que ningún individuo tenga una probabilidad nula de ser evaluado (Gestal, et al., 2010).

3.5. Aplicación a la optimización de portafolios de inversión

Los algoritmos genéticos han sido de gran relevancia en las últimas décadas para resolver problemas de optimización, entre los cuales se encuentran la optimización de portafolios de inversión, siendo estos una herramienta fundamental para ayudar a los inversionistas a proteger y acrecentar su patrimonio. Como lo mencionan García, et al. (2015) los AG se implementan como un método de solución robusta a diferencia de los métodos convencionales de optimización.

Para un problema de optimización de un portafolio de inversión, el Algoritmo Genético se encarga de generar una población inicial aleatoriamente, donde cada individuo (cromosoma) perteneciente a esta población representa el peso de una acción o activo en el portafolio. Cada cromosoma también representa una posible solución al problema, que mediante operaciones de cruce, mutación y selección de la población converge a una mejor que contiene cromosomas únicos que cumplen las restricciones del modelo y optimizan la función objetivo (García, et al., 2015).

Utilizando los algoritmos genéticos en el contexto de optimización de portafolios, De Greiff & Rivera (2018) describen que los individuos representan las posibles soluciones al problema, donde los individuos más aptos reflejan mejores soluciones y una mayor probabilidad de reproducirse para generar descendencia con individuos más aptos en cada generación.

La población inicial de individuos contiene un número determinado de cromosomas de tal manera que haya diversificación, cada cromosoma representa el porcentaje o proporción de un activo en el portafolio, para evaluar cada cromosoma mediante una función de ajuste previamente definida y así encontrar cuales representan las mejores soluciones. Finalmente la población

converge a un mejor grupo de individuos en cada iteración sometiendo a los cromosomas elite a operaciones de cruzamiento y mutación.

A manera de conclusion los algoritmos geneticos ayudan en la resolucion de problemas de optimizacion de portafolios, generando aleatoriamente una poblacion inicial, evaluar las aptitudes de cada individuo que conforma la poblacion generada, ya que cada uno de los individuos representa una posibilidad de ser el candidato que optimice la funcion objetivo, obteniendo asi la primer generacion de individuos, posteriormente se pasa a la etapa de reproduccion mediante el cruzamiento y mutacion de los individuos que tienen las mejores características, con esto se obtiene una nueva generacion de individuos que se vuelven a evaluar y asi sucesivamente comenzando a optimizar la funcion objetivo con los individuos de las nuevas generaciones hasta encontrar el óptimo.

Una ventaja de los algoritmos generticos es que exploran el espacio de soluciones para encontrar no solo una solucion que puede no ser la optima, si no que operan de forma simultanea para encontrar varias soluciones.

Capítulo IV. Optimización de portafolios

En este capítulo se presenta la metodología aplicada para la construcción de portafolios óptimos de inversión en acciones nacionales y extranjeras que cotizan en el mercado de capitales de México y Estados Unidos respectivamente, así como la muestra seleccionada para conformar los portafolios para cada mercado, para determinar las proporciones óptimas que se invertirán en cada acción implementando el método de optimización de algoritmos genéticos, conformando portafolios con dos y hasta diez acciones y comprobar si existe un número óptimo de acciones que maximice el rendimiento de los portafolios para un determinado nivel de riesgo, haciendo una comparativa entre el caso del mercado accionario Mexicano y Estadounidense, tratando de comprobar nuestra hipótesis.

Esquema general del capítulo IV

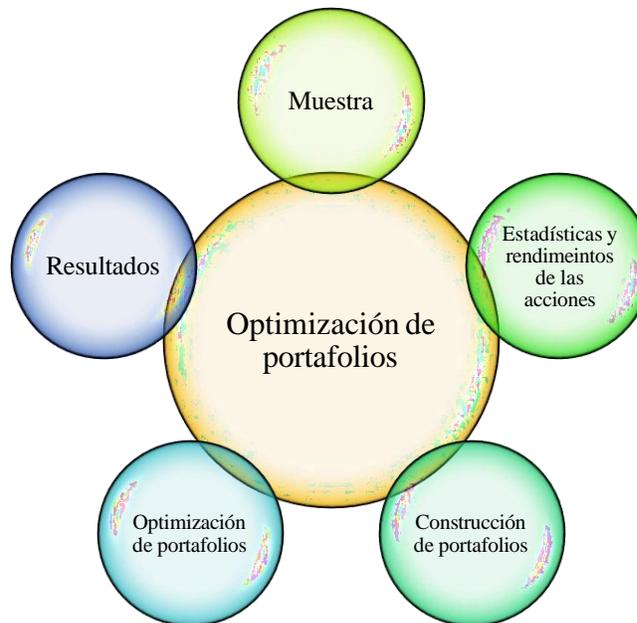


Figura 12. Muestra los subtemas que comprenden el último capítulo en el cual se presentan los resultados obtenidos en esta investigación.

4.1 Muestra

La muestra empleada se agrupa a partir de seis sectores de acuerdo con el estándar de clasificación industrial (GICS, por sus siglas en inglés), el sistema de clasificación GICS fue desarrollado conjuntamente por Morgan Stanley Capital International (MSCI) y Standard & Poor's (S&P) en 1999, el cual consta de cuatro niveles, conformado por 11 sectores, 24 grupos industriales, 68 industrias y 157 sub-industrias (Ver tabla 3), los cuales pueden variar con el paso del tiempo.

Tabla 3 Sectores según GICS

Sector	Industria
ENERGÍA	Equipos y Servicios de Energía, Petróleo, Gas y Combustibles
MATERIALES	Productos Químicos, Materiales de Construcción, Contenedores y Embalaje, Metales y Minería, Productos Madereros y Papeleros
ACCIONES INDUSTRIALES	Industria Aeronáutica y de Defensa, Productos de Construcción, Construcción e Ingeniería, Equipos Eléctricos, Conglomerados Industriales, Maquinarias, Comercio y Distribución, Suministros y Servicios Comerciales, Servicios Profesionales, Servicios Logísticos y de Transporte Aéreo de Mercancías, Líneas Aéreas, Transporte Marítimo, Carreteras y Ferrocarriles, Infraestructura de Transportes
CONSUMIDOR DISCRECIONAL	Componentes de Automóviles, Automóviles, Bienes de Uso Doméstico Duradero, Productos Recreativos, Artículos Textiles, de Confección y Bienes de Lujo, Hoteles, Restaurantes y Recreación, Servicios de Consumo Diversificados, Medios de Comunicación, Distribuidores, Ventas por Internet y Marketing Directo, Ventas Multilínea, Ventas especializadas
PRODUCTOS BÁSICOS DE CONSUMO	Venta de Alimentos y Productos de Primera Necesidad, Bebidas, Alimentos, Tabaco, Productos Domésticos, Productos Personales
CUIDADO DE LA SALUD	Equipos y Suministros Médicos, Proveedores de Servicios Médicos, Servicios Tecnológicos para el Área de la Salud, Biotecnología, Productos Farmacéuticos, Herramientas y Servicios para las Ciencias de la Salud
FINANZAS	Bancos Comerciales, Ahorro y Financiamiento de Hipotecas, Servicios Financieros Diversificados, Servicios Financieros Personales, Mercados de Capitales, Fideicomiso Hipotecario de Inversión en Bienes Inmobiliarios (REIT), Seguros
TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN	Software y Servicios de Internet, Servicios de Tecnología de la Información, Software, Equipos de Comunicaciones, Equipos Tecnológicos, Almacenamiento Electrónico y Periféricos, Equipos, Instrumentos y Componentes Electrónicos, Semiconductores y Equipos Relacionados
SERVICIOS DE COMUNICACIÓN	Servicios de Telecomunicaciones Diversos, Servicios de Telecomunicación Inalámbrica
SERVICIOS PÚBLICOS	Suministro Eléctrico, Suministro de Gas, Multiservicios, Suministro de Agua, Productores de Energía Independientes y de Energía Eléctrica Renovable
BIENES RAÍCES	Fideicomisos Hipotecarios de Inversión en Bienes Inmobiliarios (REIT), Desarrollo y Administración de Bienes Inmobiliarios

La tabla 3 muestra los 11 sectores en los que se clasifican las acciones y las industrias que pertenecen a estos sectores, (MSCI, 2000).

Para el caso de México se seleccionó una muestra de 18 acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), tomando como referencia las principales emisoras con más

bursatilidad que forman parte de las 35 empresas listadas en el Índice de Precios y Cotizaciones (Ver tabla 5).

Se aplicó un análisis similar para el caso de los activos extranjeros que cotizan en la Bolsa de Nueva York para empatar el número de activos nacionales y los sectores a los que pertenecen, que forman parte del índice bursátil Estándar and Poor's 500 por ser este uno de los índices más representativos de la situación real del mercado (Ver tabla 6).

Tabla 4 *Muestra de acciones seleccionadas, nacionales y extranjeras.*

Sector	Activos Nacionales	Activos Extranjeros (EUA)
Acciones industriales	Alfa (ALFA A)	General Electric Company (GE)
	Grupo Carso (CARSO A1)	The Boeing Company (BA)
Consumidor discrecional	Alea (ALSEA*)	The Home Depot Inc. (HD)
	El Puerto de Liverpool (LIVEPOL 1)	Comcast Corp. (CMCSA)
	Grupo Elektra (ELEKTRA*)	The Walt Disney Company (DIS)
	Walmart de México (WALMEX *)	Amazon.com Inc. (AMZN)
Cuidado de la salud	Corporativo Fragua (FRAGUA B)	Johnson & Johnson (JNJ)
Finanzas	Grupo Financiero Banorte (GFNORTE O)	JPMorgan Chase & Co. (JPM)
	Grupo Financiero Inbursa (GFINBUR O)	Berkshire Hathaway Inc. Class B (BRK.B)
	Cemex (CEMEX CPO)	The Sherwin-Williams Company (SHW)
Materiales	Cysda (CYDSA A)	Ecolab Inc. (ECL)
	Grupo México (GMEXICO B)	Air Products & Chemicals Inc. (APD)
	Industrias Peñoles (PEÑOLES *)	PPG Industries Inc. (PPG)
	Mexichem (MEXICHEM *)	Newmont Mining Corporation (NEM)
	Fomento Económico Mexicano (FEMSA UB)	The Coca-Cola Company (KO)
Productos básicos de consumo	Grupo Bimbo (BIMBO A)	The Procter & Gamble Company (PG)
	Grupo Herdez (HERDEZ*)	PepsiCo Inc. (PEP)
	Kimberly Clark de México (KIMBER A)	Costco Wholesale Corp. (COST)

La tabla 4 muestra las acciones que fueron seleccionadas para el caso del mercado mexicano y estadounidense respectivamente, y el sector al que pertenecen, autoría propia.

Tabla 5 Emisoras de acciones de México.

Emisora	Descripción
Alfa	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1974, controladora de empresas industriales en áreas diversificadas y uno de los más grandes productores a nivel mundial de poliéster (PTA, PET y fibras), con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1978.
Grupo Carso	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1980, tiene como actividad económica ser controladora de empresas dedicadas a diversas áreas de la actividad económica, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1990.
Alsea	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1997, es el operador líder de establecimientos de comida rápida, cafeterías y comida casual en América Latina y España, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1999.
El Puerto de Liverpool	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1944, es una controladora de almacenes de ropa y artículos para el hogar, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1965.
Grupo Elektra	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1959, es una compañía de servicios financieros y de comercio especializado enfocada a la base de la pirámide socioeconómica, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1991.
Walmart de México	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1965, tiene como actividad económica ser controladora de cadenas de tiendas de descuento y ropa, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1974.
Corporativo Fragua	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1983, es una controladora de empresas dedicadas principalmente a la compraventa de medicinas, perfumería, fotografía, etc., con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1997.
Grupo Financiero Banorte	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1992, es una controladora de empresas que prestan servicios financieros, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1992.
Grupo Financiero Inbursa	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1992, es una controladora pura de acciones de empresas que prestan servicios financieros, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1993.
Cemex	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1931, es una compañía global de materiales para la industria de la construcción, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1976.
Cysda	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1965, es una controladora de empresas industriales comerciales y de servicios que operan en áreas diversificadas, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1973.
Grupo México	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1999, es un conglomerado que opera tres divisiones (minera, transportes e infraestructura), con fecha de colocación de acciones en la BMV en 2000.
Industrias Peñoles	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1961, es una controladora de empresas dedicadas a la explotación minera, fundición, refinación, manufactura de metales no ferrosos y fabricación de productos químicos y refractarios, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1961.
Mexichem	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1978, empresa líder mundial en productos especializados y soluciones innovadoras en múltiples sectores, desde agricultura e infraestructura hasta telecomunicaciones, atención médica y más, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1978.
Fomento Económico Mexicano	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1936, empresa líder que participa en la industria de bebidas y la cadena de tiendas de conveniencia más extensa y de mayor crecimiento en América, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1978.
Grupo Bimbo	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1966, es una controladora de empresas dedicadas a la elaboración y distribución de productos alimenticios, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1980.
Grupo Herdez	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1991, es líder en el sector de alimentos procesados con la producción, distribución y comercialización de productos alimenticios en

	conserva, enlatados y envasados, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1991.
Kimberly Clark de México	Sociedad anónima bursátil de capital variable constituida en 1925, empresa de manufactura y mercadeo de productos para el consumidor y para el cuidado de la salud y para instituciones, con fecha de colocación de acciones en la BMV en 1961.

La tabla 5 muestra las 18 acciones nacionales seleccionadas con una breve descripción de su giro económico y algunos datos relevantes de las emisoras (Grupo BMV, 2015).

Tabla 6 Emisoras de acciones de Estados Unidos.

Emisora	Descripción
General Electric Company	Opera como una empresa industrial de alta tecnología en todo el mundo, la empresa fue fundada en 1878 y tiene su sede en Boston, Massachusetts.
The Boeing Company	Junto con sus subsidiarias, diseña, desarrolla, fabrica, vende, da servicio y brinda soporte a aviones, vuelos espaciales tripulados y sistemas de lanzamiento, fue fundada en 1916 y tiene su sede en Chicago, Illinois.
The Home Depot Inc.	Opera como un minorista que venden diversos materiales de construcción y productos para mejoras del hogar, fue fundada en 1978 y tiene su sede en Atlanta, Georgia.
Comcast Corp.	Opera como una empresa de medios y tecnología a través de los segmentos de comunicaciones por cable, redes de cable, televisión abierta, entretenimiento filmado, parques temáticos y Sky, fue fundada en 1963 y tiene su sede en Filadelfia, Pensilvania.
The Walt Disney Company	The Walt Disney Company, junto con sus subsidiarias, opera como una compañía de entretenimiento en todo el mundo, la empresa fue fundada en 1923 y tiene su sede en Burbank, California.
Amazon.com Inc.	Se dedica a la venta minorista de productos de consumo y suscripciones en América del Norte e internacionalmente a través de tiendas físicas y en línea, fue fundada en 1994 y tiene su sede en Seattle, Washington.
Johnson & Johnson	Investiga, desarrolla, fabrica y vende una gama de productos para el cuidado de la salud, opera a través de tres segmentos: salud del consumidor, productos farmacéuticos y dispositivos médicos, se fundó en 1886 y tiene su sede en New Brunswick, Nueva Jersey.
JPMorgan Chase & Co.	Opera como una empresa de servicios financieros en todo el mundo, fue fundada en 1799 y tiene su sede en Nueva York, Nueva York.
Berkshire Hathaway Inc. Class B	A través de sus subsidiarias, se dedica a los negocios de seguros, transporte ferroviario de mercancías y servicios públicos, la compañía fue incorporada en 1998 y tiene su sede en Omaha, Nebraska.
The Sherwin-Williams Company	Desarrolla, fabrica, distribuye y vende pinturas, revestimientos y productos relacionados a clientes profesionales, industriales, comerciales y minoristas, fue fundada en 1866 y tiene su sede en Cleveland, Ohio.
Ecolab Inc.	Proporciona soluciones y servicios de agua, higiene y prevención de infecciones, la empresa fue fundada en 1923 y tiene su sede en St. Paul, Minnesota.
Air Products & Chemicals Inc	Proporciona gases atmosféricos, gases de proceso y especiales, equipos y servicios para la producción o procesamiento de gases, fue fundada en 1940 y tiene su sede en Allentown, Pensilvania.
PPG Industries Inc.	Fabrica y distribuye pinturas, revestimientos y materiales de ingeniería y servicios de empaque y administración de químicos, fue fundada en 1883 y tiene su sede en Pittsburgh, Pensilvania.
Newmont Mining Corporation	Se dedica a la producción y exploración de oro, cobre, plata, zinc y plomo, fue fundada en 1916 y tiene su sede en Denver, Colorado.
The Coca-Cola Company	Empresa de bebidas, fabrica, comercializa y vende diversas bebidas no alcohólicas en todo el mundo, fue fundada en 1886 y tiene su sede en Atlanta, Georgia.
The Procter & Gamble Company	Proporciona productos de consumo empaquetados de marca y opera en cinco segmentos: belleza; aseo; cuidado de la salud; telas y cuidado del hogar; y cuidado del bebé, femenino y familiar, fue fundada en 1837 y tiene su sede en Cincinnati, Ohio.

PepsiCo Inc.	Opera como una empresa de alimentos y bebidas, fue fundada en 1898 y tiene su sede en Purchase, Nueva York.
Costco Wholesale Corp.	Junto con sus subsidiarias, participa en la operación de almacenes de membresía y ofrece productos de marca y de marca privada en una variedad de categorías de mercancías, fue fundada en 1976 y tiene su sede en Issaquah, Washington.

La tabla 6 muestra las 18 acciones extranjeras seleccionadas con una breve descripción de su giro económico y algunos datos relevantes de las emisoras (Verizon Media, 2017).

4.2 Estadísticas y rendimientos de las acciones

Para este estudio se recabaron los datos de forma mensual del precio de cierre de las 36 acciones previamente seleccionadas obtenidos de la página de internet Yahoo Finanzas para el caso de los activos nacionales y activos extranjeros, comprendiendo un periodo de 18 años que va de diciembre de 1999 a diciembre 2018.

Posteriormente se trimestralizaron los datos mediante el programa de cómputo GRETl para segmentar la información por trimestres comenzando en el cuarto trimestre de 1999 y culminando en el cuarto trimestre de 2018 con un total de 77 observaciones por acción.

A continuación, se presenta un resumen de manera gráfica de los precios y rendimientos calculados por acción, así como la función de probabilidad que mejor se ajusta a la distribución de densidad de probabilidad real en el periodo de estudio, tomando como ejemplo una acción por sector para cada caso, es decir una acción nacional y una extranjera por cada sector para comparar de manera gráfica la tendencia y comportamiento de estos activos durante todo el periodo de estudio (Ver tabla 7). Ya que estos indicadores gráficos son de mucha importancia a la hora de realizar análisis técnico que ayuda a los inversionistas a tener un mejor panorama de la acción en el mercado y por consecuencia afecta de manera positiva en la toma de decisiones.

Los gráficos de los precios históricos y el ajuste a la distribución de probabilidad se realizaron mediante el programa de computadora MATLAB.

Tabla 7 Gráficos estadísticos de las acciones.

	Precios históricos	Ajuste de distribución	Rendimientos históricos
ACCIONES INDUSTRIALES	CARSOAI	 Distribution: Rayleigh Log Likelihood: -331.609 Domain: $0 < y < \infty$ Mean: 36.7846 Variance: 369.723 Parameter Estimate Std. Err. D 29.3499 1.67237	
	BA	 Distribution: Log-Logistic Log Likelihood: 399.0 Domain: $0 < y < \infty$ Mean: 76.2942 Variance: 2039.48 Parameter Estimate Std. Err. mu 1.038 0.0807493 sigma 0.405346 0.0384384	
MATERIALES	CEMEX CPO	 Distribution: Lognormal Log Likelihood: -221.659 Domain: $-\infty < y < \infty$ Mean: 11.8586 Variance: 33.1700 Parameter Estimate Std. Err. mu 2.37007 0.082889 sigma 0.461188 0.0375507	
	ECL	 Distribution: Weibull Log Likelihood: -378.818 Domain: $0 < y < \infty$ Mean: 56.8835 Variance: 1744.7 Parameter Estimate Std. Err. A 69.0185 6.08025 B 1.49888 0.191705	
PRODUCTOS BÁSICOS DE CONSUMO	FEKSA UB	 Distribution: Lognormal Log Likelihood: -379.249 Domain: $-\infty < y < \infty$ Mean: 22.7328 Variance: 6407.24 Parameter Estimate Std. Err. mu 3.3838 0.124878 sigma 1.05184 0.0885287	
	KO	 Distribution: Log-Logistic Log Likelihood: -285.662 Domain: $0 < y < \infty$ Mean: 23.2088 Variance: 289.837 Parameter Estimate Std. Err. mu 2.80708 0.084801 sigma 0.321477 0.0290344	
CUIDADO DE LA SALUD	FRAGUA B	 Distribution: Gamma Log Likelihood: -353.779 Domain: $0 < y < \infty$ Mean: 22.111 Variance: 24209.9 Parameter Estimate Std. Err. u 1.28259 0.270237 v 302.88 28.3082	
	JNJ	 Distribution: Lognormal Log Likelihood: -325.474 Domain: $-\infty < y < \infty$ Mean: 67.7728 Variance: 708.162 Parameter Estimate Std. Err. mu 0.48888 0.0180884 sigma 0.465114 0.0378504	
FINANZAS	GFORTCO	 Distribution: Weibull Log Likelihood: -371.949 Domain: $0 < y < \infty$ Mean: 40.0573 Variance: 1744.54 Parameter Estimate Std. Err. A 47.8388 6.1128 B 1.09999 0.104557	
	JPM	 Distribution: Generalized Extreme Value Log Likelihood: 22.003 Domain: $-\infty < y < \infty$ Mean: 80.0001 Variance: 700.363 Parameter Estimate Std. Err. k -0.00001 0.000001 sigma 11.9809 1.16119 mu 21.8992 1.49022	
CONSUMIDOR DISCRECIONAL	ELEKTRA*	 Distribution: Generalized Extreme Value Log Likelihood: 10.0000 Domain: $-\infty < y < \infty$ Mean: 88.0000 Variance: 38713 Parameter Estimate Std. Err. k 0.00000 0.00000 sigma 176.77 31.208 mu 100.813 24.8258	
	AMZN	 Distribution: Lognormal Log Likelihood: -300.308 Domain: $-\infty < y < \infty$ Mean: 302.828 Variance: 316407 Parameter Estimate Std. Err. mu 4.74999 0.184793 sigma 1.37885 0.111965	

Acciones Nacionales
Acciones Extranjeras

La tabla 7 muestra el comportamiento gráfico de los precios históricos, el ajuste a la distribución de esos precios y los rendimientos históricos por acción, autoría propia.

A partir del precio de las acciones se calcularon sus rendimientos por trimestre de manera individual para obtener el rendimiento promedio y la desviación estándar, teniendo en cuenta que la desviación estándar representa el nivel de riesgo asociado a cada acción. Utilizando las siguientes formulas:

$$R = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (12)$$

$$R = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (13)$$

$$D = \sqrt{\frac{\sum_i^n (R_i - M)^2}{n}} \quad (14)$$

Donde:

P_t = Precio actual de la accion en en el periodo t

P_{t-1} = Precio anterir de la accion en en el periodo t

R = Rendimiento

M = Rendimeinto esperado por acción

D = Riesgo esperado por accion

n = Numero de observaciones

La siguiente tabla muestra un comparativo entre los diferentes activos nacionales y extranjeros de los resultados obtenidos de los rendimientos esperados y su riesgo asociado calculados por acción y agrupados según el sector al que pertenecen:

Tabla 8 Rendimiento esperado y riesgo por acción.

Sector	Emisora	Nacional		Extranjera (EUA)	
		Rendimiento	Riesgo	Rendimiento	Riesgo
Acciones industriales	Alfa	0.027696	0.211949		
	Boeing Company			0.032820	0.129912
	General Electric			0.004878	0.091951
	Grupo Carso	0.036903	0.140359		
Consumidor discrecional	Alsea	0.042504	0.191110		
	Amazon.com Inc.			0.039847	0.213896
	Comcast Corp.			0.015132	0.097237
	El Puerto de Liverpool	0.027563	0.119973		
	Grupo Elektra	0.049421	0.254586		
	Home Depot Inc.			0.019575	0.102291
	The Walt Disney C.			0.021651	0.110612
	Walmart de México	0.035291	0.111028		
Cuidado de la salud	Corporativo Fragua	0.041673	0.113079		
	Johnson & Johnson			0.019640	0.067987
Finanzas	Berkshire Hathaway			0.022251	0.072449
	G. Financiero Banorte	0.046728	0.167260		
	G. Financiero Inbursa	0.026873	0.129511		
	JPMorgan C & Co.			0.016231	0.117874
Materiales	Air P & C.			0.028845	0.095527
	Cemex	0.005039	0.204325		
	Cysda	0.033932	0.217474		
	Ecolab Inc.			0.031400	0.067888
	Grupo México	0.035762	0.221134		
	Industrias Peñoles	0.036046	0.257915		
	Mexichem	0.053535	0.193328		
	Newmont Mining C.			0.007050	0.142438
	PPG Industries			0.022986	0.096926
	Sherwin-Williams			0.042904	0.088889
Productos básicos de consumo	Coca-Cola Company			0.016671	0.071499
	Costco Wholesale C.			0.025264	0.087127
	Fom. Económico Mex.	0.041815	0.102164		
	Grupo Bimbo	0.028520	0.125538		
	Grupo Herdez	0.039354	0.107103		
	Kimberly Clark	0.025789	0.091978		
	PepsiCo Inc.			0.021694	0.066886
Procter & Gamble C.			0.013686	0.081271	

La tabla 8 muestra los resultados obtenidos del rendimiento esperado y riesgo por acción de las 36 acciones agrupadas de acuerdo al sector al que pertenecen, autoría propia.

Encontrando que del grupo de las acciones nacionales la que tiene el mayor rendimiento es MEXICHEM* con un rendimiento de 5.3535% y la acción con el menor rendimiento es CEMEX

CPO con un 0.5039% ambas pertenecientes al sector de Materiales, mientras que en ese mismo sector se encuentra la acción con el riesgo más alto que es PEÑOLES*, con un riesgo de 25.7915% y un rendimiento de 3.6046%.

Para el caso de las acciones extranjeras SHW es la acción con el mayor rendimiento de 4.2904% perteneciente al sector de Materiales y GE siendo la acción con el menor rendimiento de 0.4878% que se agrupa dentro del sector de Acciones industriales, a su vez AMZN que pertenece al sector de Consumidor discrecional es la acción con el mayor nivel de riesgo y la segunda con el rendimiento más alto, con un rendimiento de 3.9847% y riesgo de 21.3896%.

La acción que ofrece el rendimiento más alto de todo el grupo de acciones es MEXICHEM*, siendo esta una empresa nacional, mientras que la acción que ofrece el rendimiento más bajo es extranjera y es GE. También se encontró que las acciones nacionales son las que ofrecen los mayores rendimientos individuales pero a su vez son las que tienen los niveles de riesgo más elevados.

4.3 Construcción de portafolios

Para la selección de activos que conforma cada portafolio se construyó la matriz de correlaciones para identificar el tipo y nivel que tiene cada activo y posteriormente conformar los portafolios aplicando el concepto fundamental de diversificación.

Repitiendo el mismo procedimiento para ambos casos, es decir conformación de portafolios con acciones nacionales que cotizan en la BMV y acciones extranjeras que cotizan en el S&P 500, y así obtener el mismo número de portafolios en cada caso.

A continuación, se presentan los activos que conforman cada portafolio.

Tabla 9 Portafolios con acciones nacionales.

Pr.	Activo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2a	MEXICH	ELEKT								
2b	KIMBER	ELEKT								
2c	WALME	ALSEA								
2d	MEXICH	FEMSA								
2e	FRAGUA	GFNOR								
3a	CARSO	MEXIC	FEMSA							
3b	FEMSA	GFINB	ELEKTRA							
3c	BIMBO A	FRAGU	ALSEA*							
3d	WALME	ALSEA	LIVEPOL							
3e	MEXICH	KIMBE	FRAGUA							
4a	MEXICH	BIMBO	FRAGUA	ALSEA*						
4b	MEXICH	KIMBE	WALMEX	FRAGUA						
4c	CARSO	MEXIC	FEMSA	GFNORT						
4d	FEMSA	GFINB	ELEKTRA	LIVEPOL						
4e	HERDEZ	WALM	ALSEA*	LIVEPOL						
5a	CARSO	MEXIC	FEMSA	HERDEZ*	FRAGUA					
5b	CARSO	BIMBO	WALMEX	ALSEA*	ELEKTR					
5c	MEXICH	KIMBE	WALMEX	GFINBUR	GFNORT					
5d	CARSO	FEMSA	KIMBER	ALSEA*	LIVEPO					
5e	FEMSA	HERDE	KIMBER	WALMEX	FRAGUA					
6a	MEXICH	FEMSA	FRAGUA	GFNORT	ALSEA*	ELEKTR				
6b	FEMSA	HERDE	KIMBER	WALMEX	FRAGUA	LIVEPO				
6c	CARSO	FEMSA	HERDEZ*	FRAGUA	GFNORT	ALSEA*				
6d	CARSO	MEXIC	BIMBO A	GFINBUR	GFNORT	LIVEPO				
6e	MEXICH	BIMBO	HERDEZ*	WALMEX	GFINBU	ELEKTR				
7a	CARSO	BIMBO	FEMSA	HERDEZ*	GFNORT	ALSEA*	LIVEPO			
7b	MEXICH	BIMBO	FEMSA	FRAGUA	GFNORT	ELEKTR	LIVEPO			
7c	MEXICH	FEMSA	HERDEZ*	FRAGUA	GFNORT	ALSEA*	ELEKTR			
7d	CARSO	MEXIC	BIMBO A	KIMBER	GFINBU	GFNORT	LIVEPO			
7e	HERDEZ	KIMBE	WALMEX	FRAGUA	GFINBU	ALSEA*	LIVEPO			
8a	CARSO	MEXIC	BIMBO A	KIMBER	FRAGUA	GFINBU	ELEKTR	LIVEPO		
8b	CARSO	MEXIC	FEMSA	HERDEZ*	WALME	FRAGUA	GFNORT	ALSEA*		
8c	CARSO	MEXIC	BIMBO A	KIMBER	WALME	GFINBU	GFNORT	LIVEPO		
8d	BIMBO A	FEMSA	HERDEZ*	KIMBER	WALME	FRAGUA	GFINBU	GFNORT		
8e	BIMBO A	FEMSA	HERDEZ*	KIMBER	WALME	FRAGUA	ELEKTR	LIVEPO		
9a	CARSO	CEMEX	MEXICHE	BIMBO A	KIMBER	FRAGUA	GFINBU	ELEKTR	LIVEPO	
9b	CARSO	MEXIC	FEMSA	HERDEZ*	KIMBER	WALME	FRAGUA	GFNORT	ALSEA*	
9c	CARSO	GMEXI	MEXICHE	BIMBO A	KIMBER	WALME	GFINBU	GFNORT	LIVEPO	
9d	BIMBO A	FEMSA	HERDEZ*	KIMBER	WALME	FRAGUA	GFINBU	GFNORT	ALSEA*	
9e	ALFA A	CARSO	CEMEX	PEÑOLES	HERDEZ	KIMBER	FRAGUA	GFINBU	GFNORT	
10a	CARSO	CEMEX	CYDSA A	MEXICHE	BIMBO	KIMBER	FRAGUA	GFINBU	ELEKTR	LIVEPO
10b	CARSO	CYDSA	MEXICHE	FEMSA	HERDEZ	KIMBER	WALME	FRAGUA	GFNORT	ALSEA
10c	CARSO	CEMEX	GMEXIC	MEXICHE	BIMBO	KIMBER	WALME	GFINBU	GFNORT	LIVEPO
10d	CYDSA	BIMBO	FEMSA	HERDEZ*	KIMBER	WALME	FRAGUA	GFINBU	GFNORT	ALSEA
10e	ALFA A	CARSO	CEMEX	PEÑOLES	HERDEZ	KIMBER	FRAGUA	GFINBU	GFNORT	LIVEPO

La tabla 9 muestra cómo están conformados los 45 portafolios construidos con acciones nacionales, autoría propia.

Tabla 10 Portafolios con acciones extranjeros.

Pr.	Activo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2a	BA	AMZN								
2b	AMZN	PPG								
2c	DIS	SHW								
2d	BA	GE								
2e	AMZN	DIS								
3a	BA	AMZN	ECL							
3b	BA	HD	PEP							
3c	BA	CMCSA	PG							
3d	AMZN	HD	SHW							
3e	AMZN	DIS	CMCSA							
4a	BA	CMCSA	PPG	GE						
4b	BA	AMZN	HD	APD						
4c	BA	AMZN	BRK.B	COST						
4d	AMZN	DIS	ECL	APD						
4e	AMZN	HD	BRK.B	SHW						
5a	BA	AMZN	HD	JPM	NEM					
5b	BA	HD	CMCSA	BRK.B	ECL					
5c	BA	AMZN	DIS	PPG	PEP					
5d	AMZN	CMCSA	BRK.B	PG	KO					
5e	BA	AMZN	DIS	JPM	APD					
6a	BA	AMZN	DIS	CMCSA	ECL	PPG				
6b	BA	AMZN	HD	SHW	NEM	COST				
6c	AMZN	HD	DIS	APD	NEM	PEP				
6d	BA	AMZN	HD	DIS	BRK.B	PPG				
6e	BA	AMZN	HD	CMCSA	JPM	COST				
7a	BA	AMZN	HD	JNJ	ECL	PG	GE			
7b	BA	AMZN	HD	CMCSA	APD	KO	COST			
7c	BA	AMZN	HD	DIS	ECL	APD	NEM			
7d	BA	AMZN	DIS	SHW	ECL	NEM	PG			
7e	AMZN	HD	CMCSA	ECL	PEP	COST	GE			
8a	BA	AMZN	DIS	BRK.B	JPM	SHW	PPG	PEP		
8b	BA	AMZN	HD	DIS	JNJ	BRK.B	PG	PEP		
8c	AMZN	HD	DIS	JNJ	BRK.B	JPM	ECL	NEM		
8d	BA	AMZN	HD	JNJ	JPM	SHW	APD	PPG		
8e	BA	AMZN	CMCSA	JNJ	BRK.B	ECL	KO	COST		
9a	BA	AMZN	HD	CMCSA	SHW	ECL	APD	KO	GE	
9b	BA	AMZN	HD	DIS	JNJ	SHW	ECL	PEP	COST	
9c	AMZN	HD	DIS	CMCSA	JNJ	BRK.B	KO	PEP	COST	
9d	BA	AMZN	HD	DIS	CMCSA	ECL	APD	NEM	PPG	
9e	BA	AMZN	DIS	CMCSA	JNJ	JPM	PPG	COST	GE	
10a	BA	AMZN	CMCSA	JNJ	BRK.B	JPM	NEM	KO	PEP	COST
10b	BA	AMZN	HD	JNJ	BRK.B	JPM	ECL	NEM	KO	PEP
10c	BA	AMZN	DIS	CMCSA	JNJ	ECL	NEM	PPG	PEP	GE
10d	BA	AMZN	HD	DIS	BRK.B	APD	PPG	PG	PEP	COST
10e	BA	AMZN	HD	DIS	CMCSA	JNJ	SHW	ECL	APD	KO

La tabla 10 muestra las acciones que conforman a cada uno de los 45 portafolios con activos extranjeros, autoría propia.

Para el caso práctico se construyeron 45 portafolios diferentes, de los cuales 5 portafolios están conformados con 2 acciones, 5 portafolios con 3 acciones, 5 portafolios con 4 acciones, 5 portafolios con 5 acciones, 5 portafolios con 6 acciones, 5 portafolios con 7 acciones, 5 portafolios con 8 acciones, 5 portafolios con 9 acciones y 5 portafolios con 10 acciones, es decir que ningún portafolio tiene las mismas combinaciones de acciones.

Esta construcción se aplicó tanto para el caso de acciones nacionales como para el de acciones extranjeras obteniendo un total de 90 portafolios (Ver tabla 9 y 10).

4.4 Proceso de optimización de portafolios

En la siguiente sección se presentan la construcción de los portafolios de inversión y los resultados obtenidos a través del método de optimización de Algoritmos Genéticos al optimizar los portafolios conformados.

Una vez conformados los portafolios, la optimización de estos se llevaron a cabo mediante el programa MATLAB en la aplicación “Herramienta de Optimización” utilizando el método de solución Multiobjective optimization using Genetic Algorithm (gamultiobj), el cual requiere como input una función fitness y su respectiva restricción para generar el proceso. De acuerdo con el modelo clásico de media-varianza de Markowitz se puede maximizar el rendimiento esperado del portafolio tomando en consideración el riesgo como una restricción o bien minimizar la varianza del rendimiento esperado del portafolio dejando como una restricción al rendimiento, ya que en este modelo no es posible maximizar y minimizar dos metas a la vez, se creó una función objetivo y restricción donde se relacione el riesgo y rendimiento para minimizar y maximizar las metas respectivamente mediante el algoritmo genético multiobjetivo.

Para generar el primer y segundo momento de los rendimientos, es decir la media y la varianza que nos ayudarán a crear nuestra función objetivo o función fitness para optimizar los

portafolios mediante el AG, se creó un script en MATLAB que construye estas métricas a partir del modelo clásico de Markowitz.

Para ejemplificar se tomó como referencia el portafolio 2a, el cual es el primer portafolio realizado que consta de dos acciones nacionales las cuales son MEXICHEM* y ELEKTRA*, obteniendo las siguientes métricas:

$$MP = (964398810124029 * x_1) / 18014398509481984 + (890295532890451 * x_2) / 18014398509481984$$

$$VP = x_1 * ((5386414229481405 * x_1) / 144115188075855872 - (6142655922760559 * x_2) / 4611686018427387904) - x_2 * ((6142655922760559 * x_1) / 4611686018427387904 - (2335171099208959 * x_2) / 36028797018963968)$$

Donde MP y VP representan la media y la varianza del portafolio respectivamente, y las x_i representan las proporciones a invertir en la acción i . Con esto definimos nuestro input (función fitness y restricción) como funciones de MATLAB en donde se sustituyen la media y varianza determinadas anteriormente.

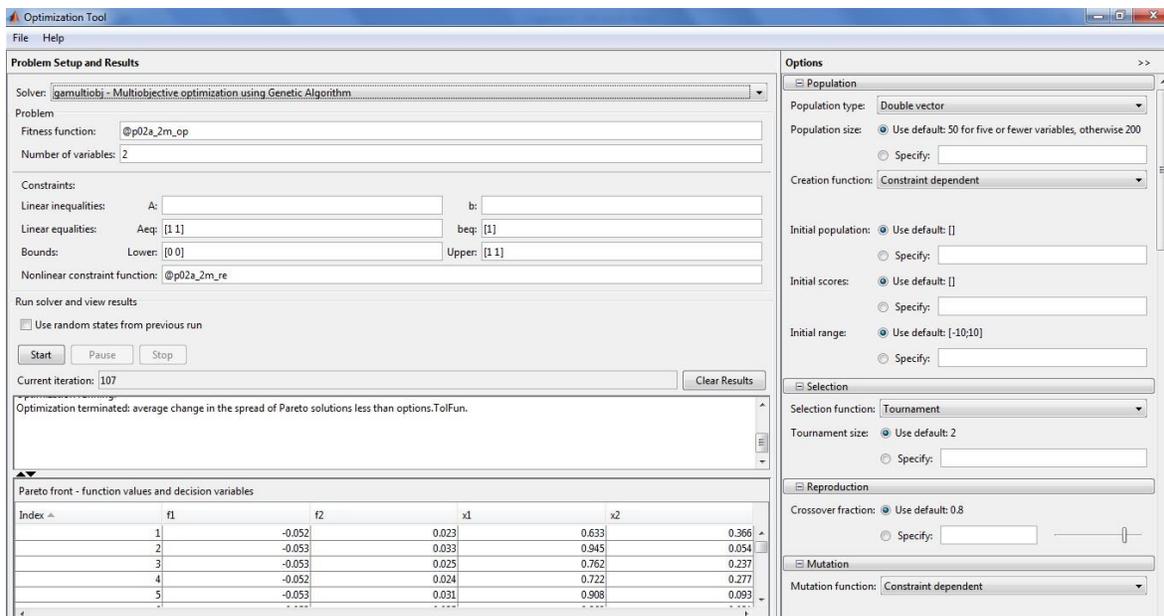
- Función Fitness (p2a_2m_op):

```
function y=p2a_2m_op(x)
y(1)=- («Media»);
y(2)= «Varianza»;
end
```

- Restricción (p2a_2m_re):

```
function [c,ceq]=p2a_2m_re(x)
c=[- («Media»);- («Varianza»)];
ceq=[];
end
```

Una vez definidas las funciones se ingresan en el aplicativo con el carácter @ antecediendo a la función, se definen los rubros para cada caso y se ejecuta el Algoritmo Genético Multiobjetivo como se muestra a continuación:



En la parte izquierda inferior del recuadro se muestra el número de iteraciones que realizó el programa y la tabla de resultados en la cual se muestran las posibles combinaciones para optimizar el portafolio con sus respectivos niveles de riesgo y rendimiento, los cuales se muestran en la Tabla 11.

La tabla de la izquierda muestra los datos obtenidos que arroja el cálculo del aplicativo, de la cual la primera columna $M0$ es la media que representa el rendimiento esperado, la columna $V0$ se refiere a la varianza, mientras que las columnas $x1$ y $x2$ representan el porcentaje a invertir en cada una de las 2 acciones para obtener su respectivo rendimiento esperado.

En la tabla de la derecha se presentan los datos de una manera más clara, en los cuales para este ejemplo el cálculo mediante el AG nos arrojó 20 posibles combinaciones para optimizar el portafolio enumeradas en la primer columna (P_Optimos), en la segunda columna se encuentra el rendimiento esperado ($M0$), en la tercer columna se presenta el riesgo el cual es la desviación estándar, es decir la raíz cuadrada de la varianza ($V0$), en la columna 4 y 5 los porcentajes a invertir

en las acciones MEXICHEM* y ELEKTRA* respectivamente que suman el 100% de la inversión y que nos dan el rendimiento esperado y riesgo asociado.

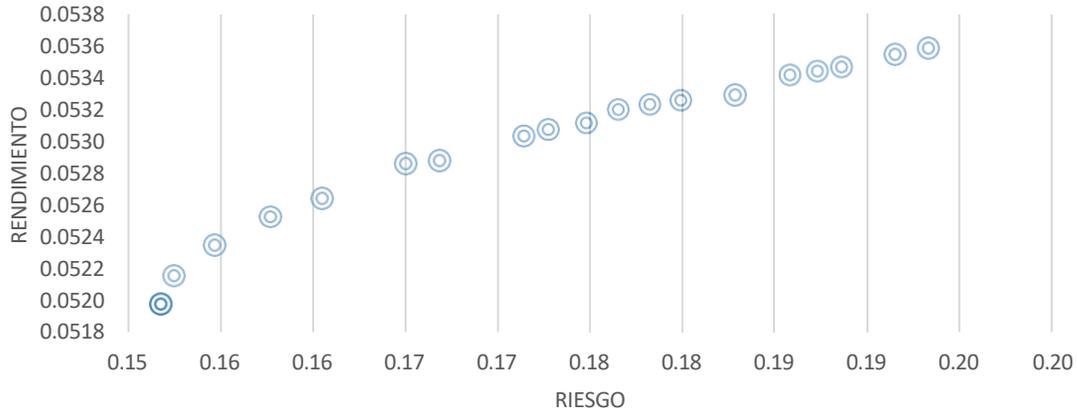
Tabla 11 Resultados de la optimización del portafolio 2a.

Datos arrojados por programa				Porcentajes de Acción					
M0	V0	x1	x2	P_Óptimos	Rendimiento	Riesgo	MEXICHEM *	ELEKTRA*	Total
-0.0519749	0.0230412	0.6326973	0.3663094	1	0.0519749	0.1517934	63.33%	36.67%	100%
-0.0532925	0.0334461	0.9451905	0.0544665	2	0.0532925	0.1828827	94.55%	5.45%	100%
-0.0525249	0.0248700	0.7619153	0.2374648	3	0.0525249	0.1577024	76.24%	23.76%	100%
-0.0523466	0.0239209	0.7216271	0.2774998	4	0.0523466	0.1546638	72.23%	27.77%	100%
-0.0532019	0.0311638	0.9082452	0.0926533	5	0.0532019	0.1765328	90.74%	9.26%	100%
-0.0534372	0.0350959	0.9692601	0.0313211	6	0.0534372	0.1873391	96.87%	3.13%	100%
-0.0534642	0.0355811	0.9760358	0.0245287	7	0.0534642	0.1886295	97.55%	2.45%	100%
-0.0530357	0.0293890	0.8759502	0.1242750	8	0.0530357	0.1714322	87.58%	12.42%	100%
-0.0534124	0.0345488	0.9614474	0.0392828	9	0.0534124	0.1858732	96.07%	3.93%	100%
-0.0528623	0.0272359	0.8294924	0.1710913	10	0.0528623	0.1650329	82.90%	17.10%	100%
-0.0531163	0.0305576	0.8977668	0.1022719	11	0.0531163	0.1748074	89.77%	10.23%	100%
-0.0535843	0.0373723	0.9999894	0.0010106	12	0.0535843	0.1933193	99.90%	0.10%	100%
-0.0532323	0.0317683	0.9185009	0.0821608	13	0.0532323	0.1782367	91.79%	8.21%	100%
-0.0530744	0.0298310	0.8843885	0.1159160	14	0.0530744	0.1727164	88.41%	11.59%	100%
-0.0526409	0.0257630	0.7911342	0.2081620	15	0.0526409	0.1605086	79.17%	20.83%	100%
-0.0535448	0.0366952	0.9911202	0.0098201	16	0.0535448	0.1915600	99.02%	0.98%	100%
-0.0519749	0.0230412	0.6326973	0.3663094	17	0.0519749	0.1517934	63.33%	36.67%	100%
-0.0532594	0.0323676	0.9283127	0.0720795	18	0.0532594	0.1799099	92.79%	7.21%	100%
-0.0521490	0.0232484	0.6745765	0.3244666	19	0.0521490	0.1524743	67.52%	32.48%	100%
-0.0528809	0.0278421	0.8439050	0.1558549	20	0.0528809	0.1668595	84.41%	15.59%	100%

La tabla 11 muestra los resultados obtenidos al optimizar el portafolio 2a de acciones nacionales con el algoritmo genético multiobjetivo en MATLAB, autoría propia.

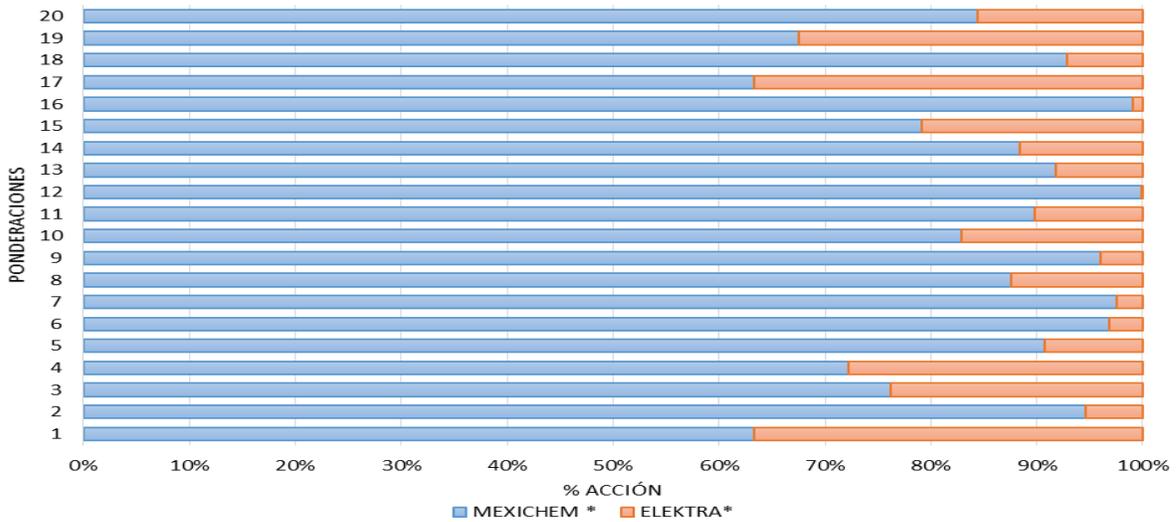
Para este portafolio se encontró que la combinación que ofrece el mayor rendimiento es la 12, con un rendimiento de 0.05358 invirtiendo 99.90% del capital en MEXICHEM* y solo 0.10% en ELEKTRA*, con un riesgo asociado de 0.19331, siendo esta también la que tiene el riesgo más elevado de las 20 combinaciones, ver grafica 4. Esta grafica construida a través del modelo CAPM es de mucha ayuda a la decisión del inversionista sobre cual combinación optima elegir según el rendimiento esperado y el nivel de riesgo asociado que está dispuesto a asumir.

Grafica 4 Frontera eficiente portafolio 2a



Grafica 4. Representa la frontera eficiente que se construye a partir de las combinaciones óptimas de riesgo-rendimiento representadas por cada punto para el ejercicio de los portafolios 2a, autoría propia.

Grafica 5 Ponderaciones óptimas para el portafolio 2a.



Grafica 5. Representa las 20 diferentes ponderaciones de las acciones que conforman el portafolio, donde se observa que la acción que predomina es MEXICHEM*, autoría propia.

A continuación, se presenta el resumen general de los resultados obtenidos para el portafolio 2a:

Tabla 12 *Riesgo y rendimiento del portafolio 2a.*

Acciones	Combinaciones	Rendimiento			Riesgo		
		Máximo	Mínimo	Promedio	Máximo	Mínimo	Promedio
2	20	0.053584	0.051975	0.052950	0.193319	0.151793	0.172203

La tabla 12 muestra el rendimiento (máximo, mínimo y promedio) de las 20 ponderaciones que optimizan el portafolio 2a, y así mismo para el riesgo, autoría propia.

Los indicadores que se recabaron del Algoritmo genético multiobjetivo una vez que se ejecutó el proceso en Matlab para optimizar los portafolios son los siguientes:

- Generations: representa las poblaciones que se generaron hasta obtener los individuos óptimos, es decir el número de iteraciones que se realizó el proceso hasta encontrar el conjunto de soluciones.
- Funccount: representa el valor de la función de ajuste en la que se evalúan los individuos o posibles soluciones.
- Maxconstraint: la restricción máxima se refiere al porcentaje de soluciones que no son óptimas, es decir los individuos que se descartan como como óptimos.
- Averagedistance: la distancia promedio define el intervalo que hay entre cada posible solución.
- Spread: representa la tasa de propagación del algoritmo genético.

Estos indicadores o métricas son de utilidad para interpretar el desempeño y comportamiento del AG.

Tabla 13 *Meticas del desempeño del AG del portafolio 2a.*

Portafolio	Algoritmo Genético Multiobjetivo				
	Generations	Funccount	Maxconstraint	Averagedistance	Spread
2a	107	5401	0.0009999968	0.0001796013	0.085648

La tabla 13 muestra los indicadores que miden el desempeño del AG, el cual presento 107 iteraciones con una tasa de propagación de 8.5648%, autoría propia.

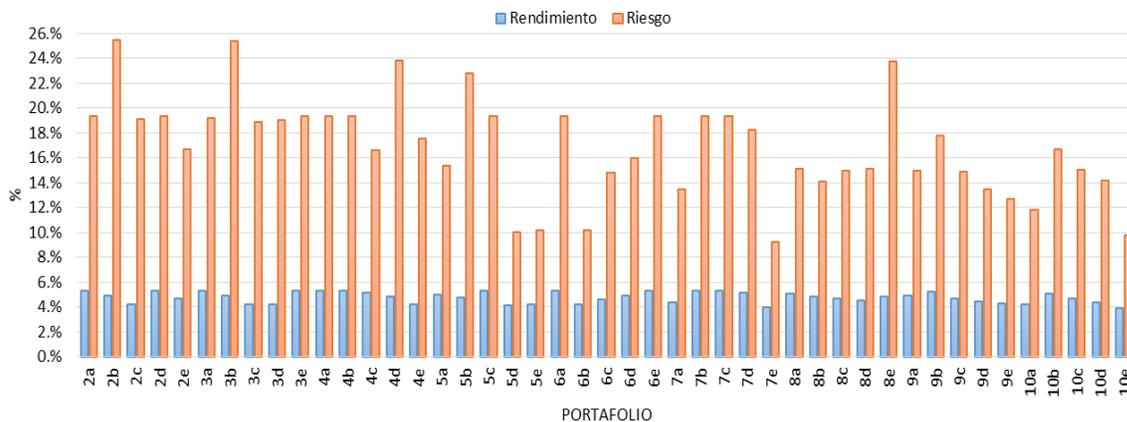
Se realizó este mismo procedimiento para cada uno de los 45 portafolios conformados con acciones internacionales, de igual manera para el caso de los portafolios conformados por acciones de Estados Unidos, obteniendo un total de 90 portafolios con sus distintas ponderaciones que optimizan el portafolio, así como las métricas de desempeño para cada caso.

4.5 Resultados

4.5.1 Acciones Nacionales

A continuación, se presenta el resumen de los portafolios optimizados obtenidos para el caso de los conformados por acciones nacionales, así como los indicadores correspondientes a la aplicación de Algoritmo Genético Multiobjetivo y la combinación que ofrece el máximo rendimiento para cada portafolio.

Grafica 6 Máximo rendimiento de los portafolios con acciones nacionales



Grafica 6. Presenta los niveles de riesgo y rendimiento considerando el máximo rendimiento obtenido para los 45 portafolios conformados por acciones nacionales, autoría propia.

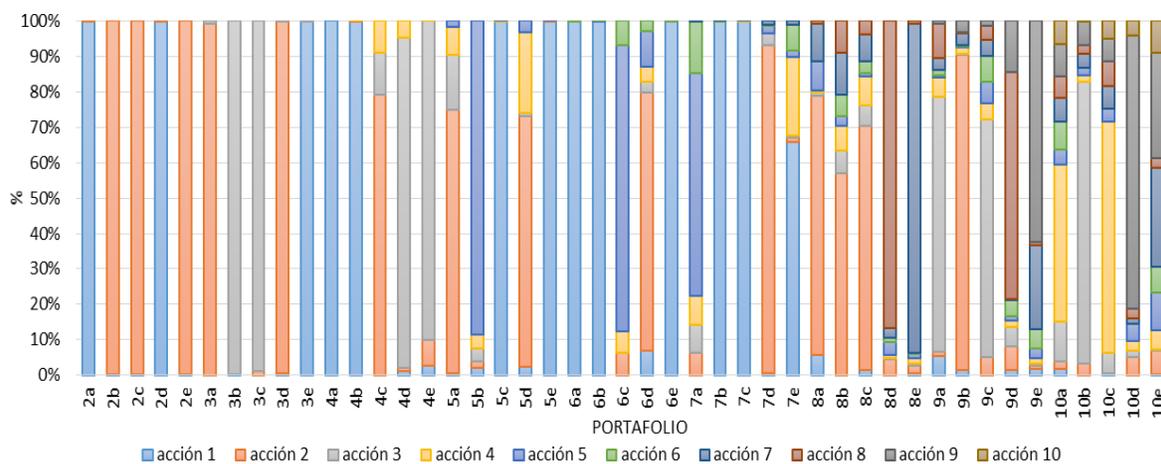
En la gráfica 6 se observa que el portafolio que ofrece el mayor rendimiento es el 2a el cual ofrece un rendimiento de 0.0535843 teniendo un nivel de riesgo de 0.1933193, que está conformado por 2 acciones, a su vez el segundo portafolio con el segundo mejor rendimiento es el

7b con un rendimiento de 0.0535842 y un riesgo de 0.1933219 que está conformado por 7 acciones, mientras que el portafolio con el tercer mejor rendimiento es 6e conformado por 6 acciones y con un rendimiento de 0.0535839 y riesgo de 0.1933221, los 3 para estos tres casos el nivel de riesgo y rendimiento son muy similares pero con la relación de que mientras el rendimiento aumenta, el riesgo disminuye.

Por otro lado, el portafolio con el menor rendimiento de todos los portafolios es de 0.0393735 que corresponde al portafolio 10e conformado por 10 acciones el cual también tiene el segundo menor nivel de riesgo. Ver tabla 1 de anexos.

Así mismo se observa que los portafolios con el mayor riesgo se concentran en el grupo de portafolios conformados de 2 a 4 acciones, mientras que el grupo de portafolios que ofrecen tienen el menor riesgo se encuentran entre los conformados de 5 a 6 acciones, siendo también este grupo el que ofrece los menores rendimientos.

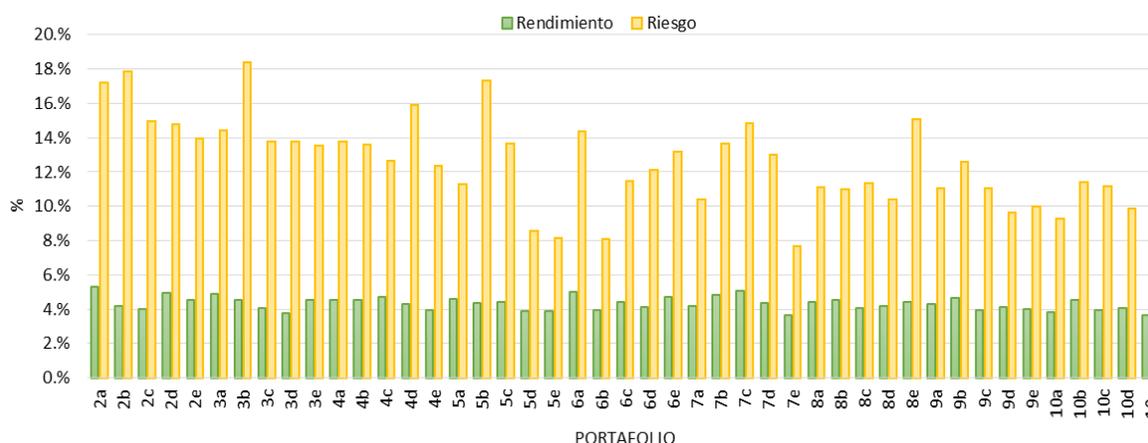
Grafica 7 Ponderaciones de acciones para los portafolios con acciones nacionales



Grafica 7. Se presentan las ponderaciones de acciones que optimizan los 45 portafolios con el máximo rendimiento para el caso de acciones nacionales, autoría propia.

En la gráfica 7 se observamos que los 3 portafolios que ofrecen los mayores rendimientos (2a, 7b y 6e) concentran toda la ponderación en una sola acción, lo cual hace que los portafolios no se estén diversificando ya que al concertar todo el peso del portafolio en una acción se obtiene un rendimiento muy similar al de la propia acción e igualmente para el riesgo asociado.

Grafica 8 Rendimiento promedio de los portafolios con acciones nacionales



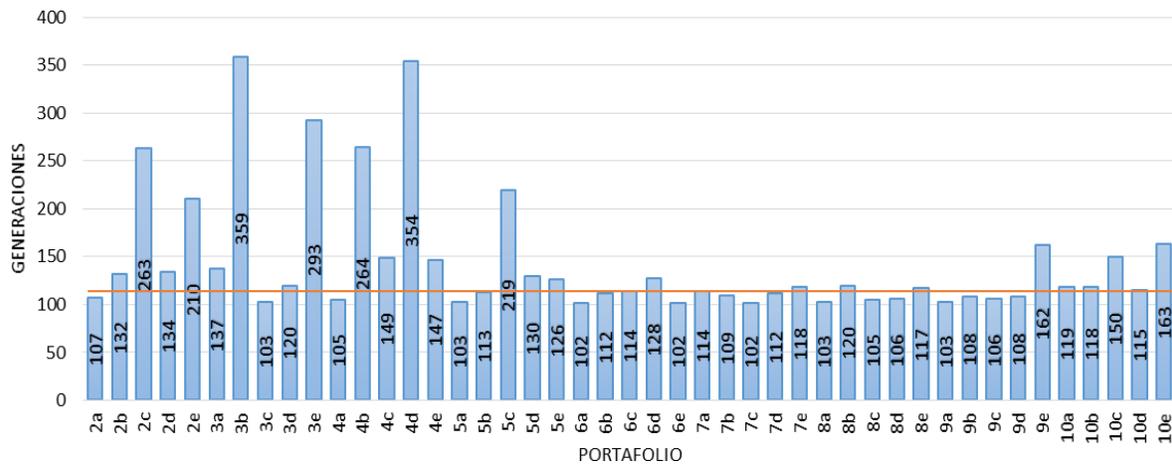
Grafica 8. Presenta los niveles de rendimiento y riesgo promedio de los 45 portafolios conformados por acciones nacionales, autoría propia.

En la gráfica 8 se observa que al igual que en el caso de los portafolios con el máximo rendimiento el portafolio que ofrece el mayor rendimiento promedio es el 2a, con un rendimiento y riesgo promedio de 0.052950483 y 0.17220338 respectivamente, mientras que el segundo portafolio con el mejor rendimiento promedio es el 7c conformado por 7 acciones con un rendimiento y riesgo promedio de 0.050462405 y 0.148268395 respectivamente y para el caso del tercer portafolio con el mejor rendimiento promedio es el 6a conformado por 6 acciones con un rendimiento promedio de 0.050236346 y riesgo promedio de 0.14380207.

También se observa que los niveles de rendimiento en promedio oscilan entre los niveles de los 3.9% a 5.4%, mientras que el riesgo promedio entre 7.7% a 18.4%, siendo el grupo de

portafolios conformados por 5 hasta 10 acciones los que tienen los menores niveles de riesgo en promedio, lo cual se explica por la diversificación de activos e incorporación de más acciones al portafolio, ya que como se ve el riesgo disminuye en medida que se incrementa el número de acciones en el portafolio.

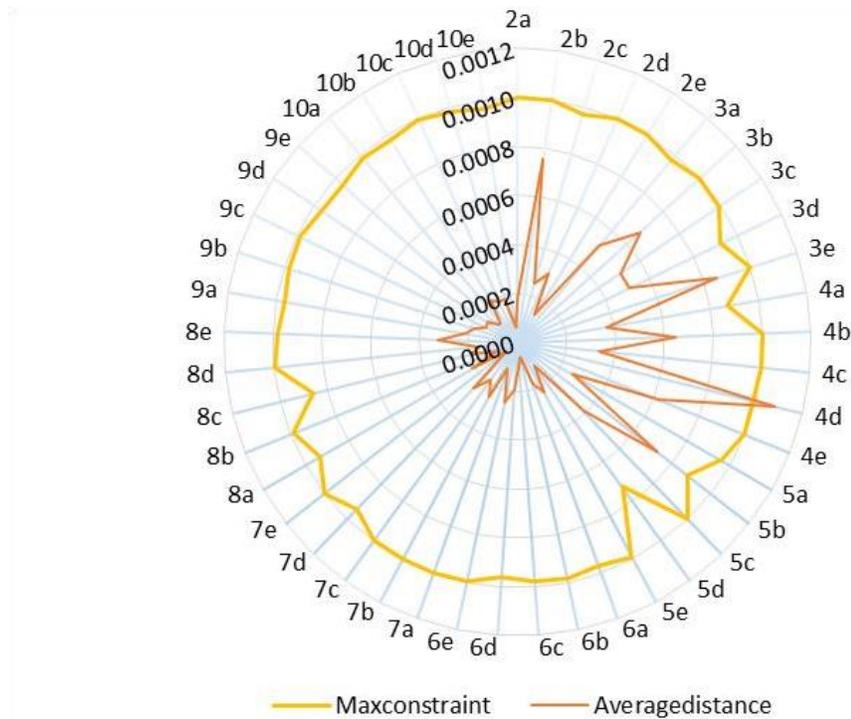
Grafica 9 Generaciones de individuos en el AG para los portafolios de acciones nacionales



Grafica 9. Muestra el número de generaciones iteradas por el Algoritmo Genético en la optimización de los 45 portafolios con acciones nacionales, autoría propia.

Se presenta en la gráfica 9 que para los portafolios conformados de 2 a 5 acciones el AG realizó mayor número de iteraciones en la población hasta llegar a la óptima, el portafolio con más generaciones es el 3b conformado por 3 acciones, mientras que los portafolios con el menor número de generaciones son el 6a y 6e ambos de 6 acciones con un total de 102 generaciones, así mismo se observa que los portafolios conformados por 6 a 10 acciones caen cerca de la media de generaciones que es 114 representada por la línea naranja.

Grafica 10 Restricción máxima y distancia promedio de individuos en el AG para los portafolios de acciones nacionales

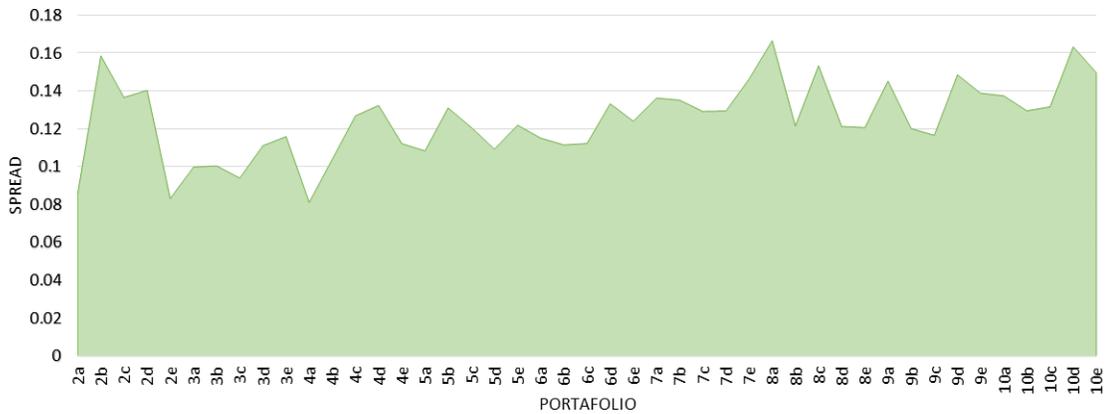


Grafica 10. Muestra el porcentaje de individuos que fueron excluidos como candidatos para soluciones óptimas (Maxconstraint) y el intervalo que hay en cada posible solución (Averagedistance), autoría propia.

En la gráfica 10 se observa que el porcentaje de individuos que se excluyeron de las soluciones óptimas oscila en promedio los 0.09%, excepto para el portafolio 5d que es el que más se aleja de la media excluyendo un porcentaje menor a los 0.08%.

Por otro lado podemos observar que la distancia promedio entre cada solución es mucho mayor en los portafolios de 2 a 5 acciones en comparación al resto que presentan intervalos muy cortos y no sobrepasan el 0.02%, ver tabla 3 de anexos.

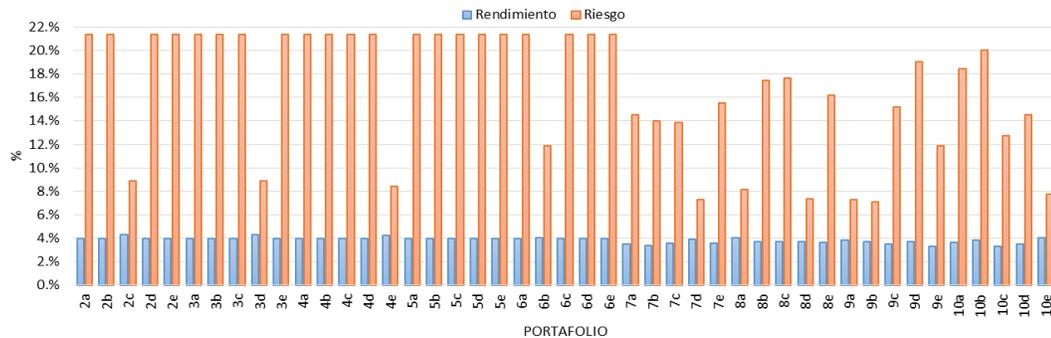
Grafica 11 Tasa de propagación de los individuos en el AG para los portafolios de acciones nacionales



Grafica 11. Muestra la tasa de propagación del algoritmo genético para los 45 portafolios de acciones nacionales, donde se observa que la tasa incrementa en la medida que se tiene portafolios con mayor número de acciones, autoría propia.

4.5.2 Acciones Extranjeras

Grafica 12 Máximo rendimiento de los portafolios con acciones extranjeras

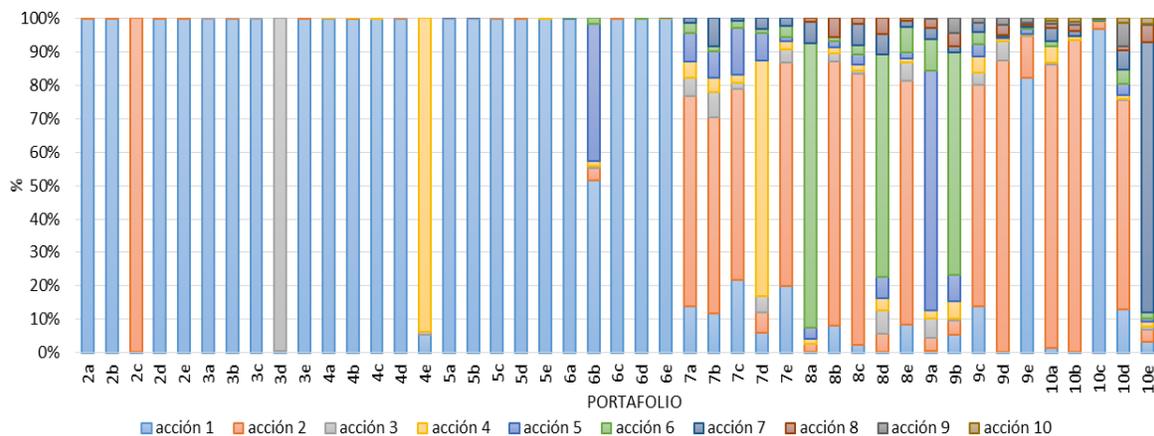


Grafica 12. Presenta los niveles del máximo rendimiento obtenido para los 45 portafolios conformados por acciones de EUA y su nivel de riesgo asociado, autoría propia.

Para el caso de portafolios conformados por acciones extranjeras se observa que el portafolio que ofrece el mayor rendimiento es el 2c el cual ofrece un rendimiento de 0.0429440 teniendo un nivel de riesgo de los más bajos de 0.0888830, conformado por 2 acciones, el segundo portafolio con el mejor rendimiento es el 3d conformado por 3 acciones con un rendimiento de 0.0429176 y nivel de riesgo de 0.0885964, mientras que el tercer portafolio con el mejor rendimiento está conformado por 4 acciones y es el 4e con un rendimiento y riesgo de 0.0425454 y 0.0840457 respectivamente. A su vez el menor rendimiento de todos los portafolios es 0.0328612 que corresponde al portafolio 9e conformado por 9 acciones con un riesgo de 0.1187573, ver tabla 4 de anexos.

En la gráfica 12 se observa que los portafolios que ofrecen los mayores rendimientos se encuentran entre los conformados de 2 hasta 6 acciones, pero también son los que tienen los mayores niveles de riesgo asociado, mientras que el grupo de portafolios de 7 a 10 acciones tiene los menores niveles de riesgo pero también ofrece los menores rendimientos.

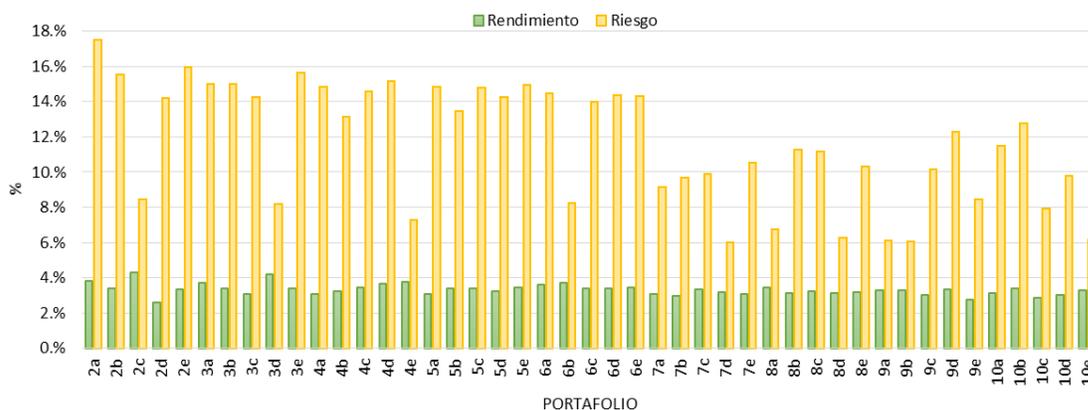
Grafica 13 Ponderaciones de acciones para los portafolios con acciones extranjeras



Grafica 13. Se presentan las ponderaciones de acciones que optimizan los 45 portafolios con el máximo rendimiento para el caso de acciones de EUA, autoría propia.

En la gráfica 13 se observa que los 3 portafolios que ofrecen los mayores rendimientos (2c, 3d y 4e), al igual que en el caso de acciones nacionales se concentran la mayor parte de la ponderación en una sola acción para llegar al rendimiento máximo, lo cual sucede para los portafolios conformados de 2 hasta 6 acciones.

Grafica 14 Rendimiento promedio de los portafolios con acciones extranjeras



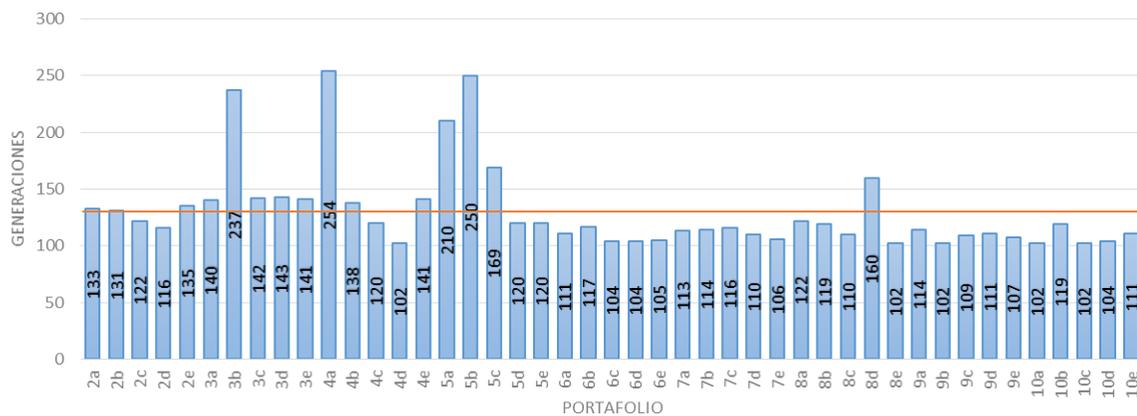
Grafica 14. Presenta los niveles de rendimiento y riesgo promedio de los 45 portafolios conformados por acciones de EUA, autoría propia.

En la gráfica 14 se observa que al igual que en el caso de los portafolios con el máximo rendimiento el portafolio que ofrece el mayor rendimiento promedio es el 2c, con un rendimiento y riesgo promedio de 0.042721044 y 0.084726083 respectivamente, de igual manera que el segundo portafolio con el mejor rendimiento promedio es el 3d conformado por un rendimiento y riesgo promedio de 0.042059322 y 0.082042701 respectivamente y para el caso del tercer portafolio con el mejor rendimiento promedio resulto ser el 2a conformado por 2 acciones con un rendimiento promedio de 0.03808633 y riesgo promedio de 0.175023644.

También se observa que los niveles de rendimiento en promedio oscilan entre los niveles de los 2.6% a 4.3%, mientras que el riesgo promedio entre 6.0% a 17.5%, siendo el grupo de

portafolios conformados de 2 a 6 acciones los que tienen los mayores niveles de riesgo promedio pero también los mejores en cuanto al rendimiento, mientras que los portafolios de 7 hasta 10 acciones tienen los menores niveles de riesgo y rendimiento en promedio.

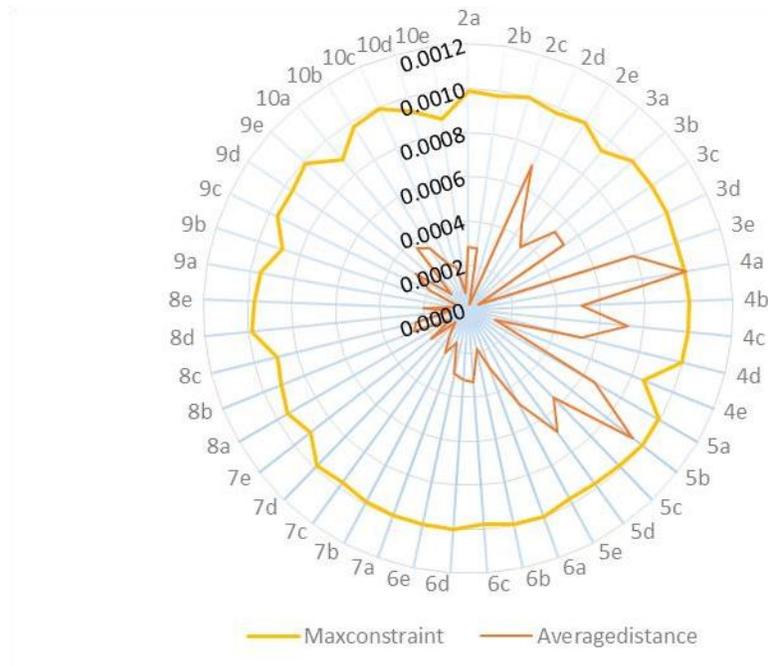
Grafica 15 Generaciones de individuos en el AG para los portafolios de acciones extranjeras



Grafica 15. Muestra el número de generaciones iteradas por el Algoritmo Genético en la optimización de los 45 portafolios con acciones de EUA, autoría propia.

En la gráfica 15 se observa que el portafolio con más generaciones es el 4a conformado por 4 acciones con un total de 254 iteraciones, muy por encima de la media de generaciones que es 130, mientras que los portafolios con el menor número de generaciones son el 4d, 8e, 9b y 10a con un total de 102 generaciones, así mismo se observa que los portafolios conformados por 6 a 10 acciones se encuentra por debajo de la media, distinto caso para los portafolios de 2 a 5 acciones que en su mayoría sobrepasan la media o están muy cercanos a ella.

Grafica 16 Restricción máxima y distancia promedio de individuos en el AG para los portafolios de acciones extranjeras

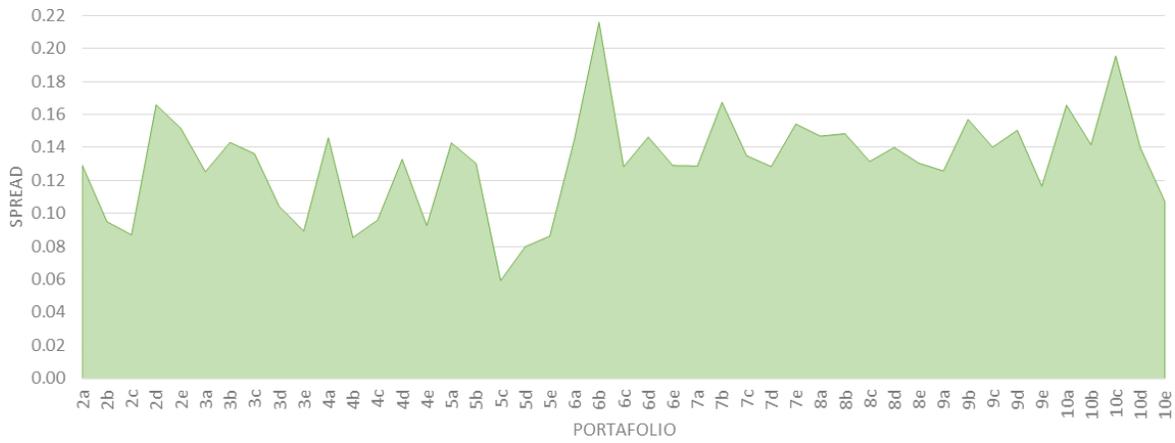


Grafica 16. Muestra el porcentaje de individuos que fueron excluidos como candidatos para soluciones óptimas (Maxconstraint) y el intervalo que hay en cada posible solución (Averagedistance) en el AG optimizando portafolios con acciones de EUA, autoría propia.

En la gráfica 16 se observa que el porcentaje de individuos que se excluyeron de las soluciones óptimas oscila en promedio los 0.10% para los portafolios de 2 a 7 acciones, mientras que los portafolios de 8 a 10 acciones excluyen en promedio el 0.09% de los individuos.

Por otro lado, podemos observar que la distancia promedio entre cada solución es mucho mayor en los portafolios de 2 a 5 acciones que alcanzan niveles de 0.10% en comparación al resto que presentan intervalos muy cortos y no sobrepasan el 0.04%, ver tabla 3 de anexos.

Grafica 17 Tasa de propagación de los individuos en el AG para los portafolios de acciones extranjeras



Grafica 17. Muestra la tasa de propagación del algoritmo genético para los 45 portafolios de acciones de EUA, autoría propia.

En la gráfica se observa que el portafolio con la menor tasa de propagación es el 5c, en general los portafolios de 5 acciones tienen las menores tasas de propagación de todo el conjunto, mientras que los portafolios de 10 acciones tienen la tasa mayor pero el portafolio con la mayor tasa de propagación de todos es el 6b con 21.60%.

Conclusiones

En promedio los portafolios de 4 y 2 acciones nacionales son los que ofrecen el mayor rendimiento, mientras que los portafolios de 10 acciones ofrecen el rendimiento promedio más bajo, para el caso de portafolios con acciones extranjeras los portafolios de 2 y 3 acciones ofrecen el mayor rendimiento en promedio, mientras que los portafolios con 7 acciones el rendimiento promedio más bajo como se observa en la tabla 13.

Tabla 14 *Comparativo entre el riesgo y rendimiento promedio de acciones nacionales y extranjeras*

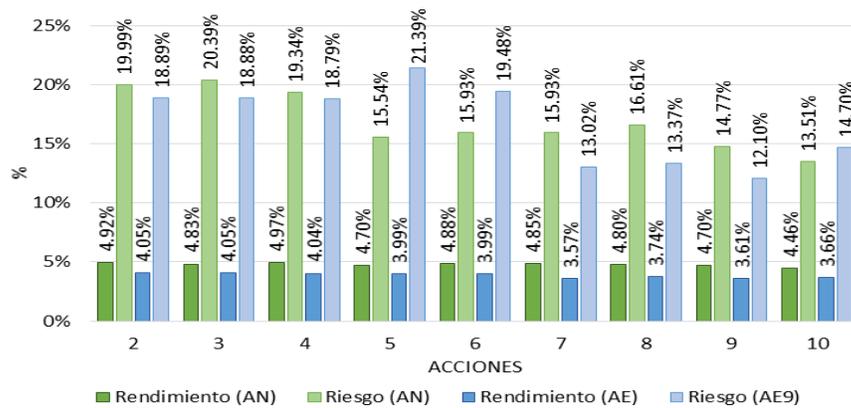
No. de acciones	Acciones Nacionales		Acciones Extranjeras	
	Rendimiento Promedio	Riesgo Promedio	Rendimiento Promedio	Riesgo Promedio
2	4.91828%	19.99422%	4.04823%	18.89010%
3	4.83060%	20.38693%	4.04781%	18.88473%
4	4.97453%	19.34260%	4.04090%	18.79454%
5	4.70148%	15.54244%	3.98716%	21.39034%
6	4.87882%	15.93197%	3.99326%	19.48311%
7	4.85079%	15.92572%	3.57448%	13.01530%
8	4.80471%	16.61445%	3.73674%	13.36910%
9	4.70381%	14.76794%	3.61200%	12.10129%
10	4.46109%	13.50759%	3.65616%	14.70392%

La tabla 14 muestra un comparativo entre portafolios con acciones de Mexico y EUA del riesgo y rendimiento promedio según el número de acciones, autoría propia.

Los portafolios conformados con acciones nacionales ofrecen un nivel de rendimiento mayor que los portafolios conformados con acciones extranjeras, pero también son los más riesgosos, se observa que hay una correlación positiva entre riesgo y rendimiento, es decir a mayor rendimiento mayor es el nivel de riesgo asociado sin importar el número de acciones en el portafolio.

Para ambos casos los portafolios conformados por el menor número de acciones en promedio ofrecen los rendimientos más altos pero con un nivel de riesgo muy elevado, los cuales van disminuyendo en la medida que se agregan acciones al portafolio, lo que confirma el propósito de la diversificación para reducir el riesgo, se observa mejor en la gráfica 17.

Grafica 18 Rendimiento y riesgo promedio de los portafolios



Grafica 18. Muestra los niveles de riesgo y rendimiento según el número de acciones para ambos casos, acciones nacionales (AN) y acciones de EUA (AE), autoría propia.

En concreto se concluye que el número de acciones que optimiza los portafolios para nuestro trabajo de estudio son 2 acciones, pero este número no garantiza la mejor opción cuando se trata del riesgo ya que también son los portafolios más riesgosos. Así mismo se presenta una buena opción de inversión en portafolios conformados de 7 a 10 acciones ya que se diversifica el riesgo y se obtienen menores niveles de riesgo, lo cual se deja a consideración del inversionista según el nivel de riesgo que esté dispuesto a tolerar.

El mercado accionario se ha posicionado como una de las principales fuentes de liquidez por los atractivos rendimientos que ofrece, y que a su vez están relacionados con altos niveles de riesgo, tanto el mercado de acciones de México como el de Estados Unidos representan una buena opción de inversión, invertir en acciones del mercado estadounidense representa una mejor opción en cuanto a inversores con mayor aversión al riesgo, esperando menores rendimientos, por ello cobra mucha importancia implementar nuevos estudios de métodos y técnicas que sirvan de apoyo a los inversionistas en la toma de decisiones al momento de invertir en acciones.

En los últimos años los algoritmos genéticos se han convertido en una excelente opción para la resolución al problema de optimización de portafolios de inversión, ya que evalúan todo el espacio de posibles soluciones para encontrar varias soluciones.

En cuanto al modelo de optimización mediante Algoritmo Genético Multiobjetivo proporciona una gama amplia de soluciones óptimas para los portafolios de inversión en comparación al modelo de Markowitz u otros modelos convencionales que solo proporcionan una única solución de optimización, lo cual es de gran ayuda para inversionistas ya que les permite tener una visión más amplia en la toma de decisiones de acuerdo al nivel de riesgo que están dispuestos a tolerar, se recomienda esta consideración para futuras prácticas o trabajos de investigación.

Referencias

Aguilera, Y. L., Pérez, R. R., Reynaga, R. V. & Rivera, M. Y. C., 2012. Estructura de portafolios de inversión en acciones, caso Bolsa Mexicana de Valores, BMV. *Cuadernos de Contabilidad*, 13(32), pp. 65-96.

Ambriz Ortiz, A., 2008. *Optimización de Portafolios de Inversión con Restricción de Cardinalidad en Espacios Grandes de Acciones-Edición Única*. México: REPOSITORIO NACIONAL CONACYT.

BBVA, 2018. *Banco Bilbao Vizcaya Argentaria*. [En línea] Available at: <https://www.bbva.com/es/que-es-el-iaas-y-para-que-sirve/> [Último acceso: Noviembre 2018].

Bernard Suarez, L. M., Ortiz Pimiento, N. R. & Duarte Duarte, J. B., 2015. Selección de portafolios de inversión socialmente responsables usando el método de las restricciones y la técnica multicriterio proceso analítico jerárquico. *Revista EIA*, 12(24), pp. 71-85.

Betancourt Bejarano, K., García Díaz, C. M. & Lozano Riaño, V., 2013. Teoría de Markowitz con metodología EWMA para la toma de decisión sobre cómo invertir su dinero. *Atlantic Review of Economics*, Volumen 1.

Buenaventura Vera, G. & Cuevas Ulloa, A. F., 2005. Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso colombiano. *Estudios gerenciales*, 21(95), pp. 13-36.

Camargo, R. R. & Sardi, J. F., 2013. Determinación del portafolio óptimo, según riesgo y rendimiento, de las empresas del sector petrolero que cotizan en bolsa en Colombia. *Magazín Empresarial*, 9(21), pp. 35-43.

Cárdenas, L. G. y otros, 2016. Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 14(27), pp. 111-130.

CONDUSEF, 2012. *gob.mx*. [En línea] Available at: <https://www.condusef.gob.mx/Revista/index.php/inversion/otros/251-da-el-salto-de->

ahorrador-a-inversionista

[Último acceso: 2018].

Conti G, D., Rodríguez, Á. & Bencomo Fernández, M. E., 2005. Determinación de la cartera óptima de inversión bajo un enfoque de programación no lineal. *Ciencia e Ingeniería*, 26(2), pp. 43-50.

Conti, D., Simó, C. & Rodríguez, A., 2005. Teoría de carteras de inversión para la diversificación del riesgo: enfoque clásico y uso de redes neuronales artificiales (RNA). *Ciencia e Ingeniería*, 26(1), pp. 35-42.

Contreras Huertas, D. A., 2018. *Evaluación de un portafolio de inversión en la bolsa de valores de Colombia para una pyme de la ciudad de Bogotá: Caso de Estudio Iberchem SAS*. Santo Tomas: Universidad de Santo Tomas, Facultad de Administración de Empresas.

Córdoba, Ramírez, L. G. & Echeverri, C. P. F., 2014. Estructuración de portafolios de acciones en el mercado de valores de Hong Kong. *Soluciones de Postgrado EIA*, Issue 2, pp. 39-55.

Correa, A. M. & Arroyave, A. R., 2014. Estructuración de portafolios de acciones en el mercado de valores de Londres. *Soluciones de Postgrado EIA*, Issue 2, pp. 57-67.

Cruz, E. A., Medina, P. D. & Salazar, H. D., 2013. Optimización de portafolios de acciones utilizando los multiplicadores de Lagrange. *Scientia et technica*, Abril, 8(1), pp. 114-119.

Cruz, E. A., Restrepo, J. H. & Medina, P. D., 2008. Portafolio de inversión en acciones un enfoque estocástico. *Scientia et technica*, Septiembre, 2(39), pp. 235-240.

Cruz, E. A., Restrepo, J. H. & Sanchez, J. J., 2005. Portafolio de inversión en acciones optimizado. *Scientia et technica*, Abril, 1(27), pp. 175-180.

Cuartas, F. d. J. F., 2004. Portafolio Internacional. Modelación y Optimización. *GACETA FINANCIERA*, pp. 1-14.

De Greiff, S. & Rivera, J. C., 2018. Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo: caso aplicado a la Bolsa de Valores de Colombia. *Estudios Gerenciales*, pp. 74-87.

De Sousa Santana, F., 2013. Modelo de valoración de activos financieros (CAPM) y teoría de valoración por arbitraje (APT): Un test empírico en las empresas del sector eléctrico brasileño. *Cuadernos de Contabilidad*, 14(35), pp. 731-746.

Díaz, J. C. Z., 2009. Selección de una Cartera de Inversión en la Bolsa Mexicana de Valores por Medio de un Método de Programación Lineal. *Programación Matemática y Software*, 1(1), pp. 130-151.

esBolsa, 2018. *esbolsa.com*. [En línea] Available at: <https://esbolsa.com/blog/bolsa-americana/que-es-el-sp-500/> [Último acceso: Noviembre 2018].

Escobar Robledo, J. P., 2008. *Portafolios de inversion a través de redes neuronales y algoritmo genético*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Ingeniería Industrial. Maestría en Administración Económica y Financiera.

Fernandez Cortez, V. & Valle Cruz, D., 2016. Optimización de un portafolio de inversión con algoritmos genéticos, caso Bolsa Mexicana de Valores 2015. *El conocimiento en el desarrollo incluyente y sostenible*, p. 215.

Flores Castillo, L. A. & Aguilar Cruz, C., 2017. Optimización de la función de utilidad de la demanda de activos financieros. *Revista Internacional*, 10(3), pp. 41-51.

Francischetti, C. E., Bertassi, A. L., Souza Girioli Camargo, L. & Padoveze, C., 2014. El análisis de riesgos como herramienta para la toma de decisiones relativas a inversiones. *Invenio*, 17(33), pp. 73-85.

FXCM, 2016. *Forex Capital Markets*. [En línea] Available at: <https://www.fxcm.com/insights/new-york-stock-exchange-nyse/> [Último acceso: Noviembre 2018].

Gálvez, P., Salgado, M. & Gutiérrez, M., 2010. Optimización de carteras de inversión modelado de Markowitz y estimación de volatilidad con GARCH. *Horizontes empresariales*, 9(2), pp. 39-50.

García León, M., Ruiz, N. & Echeverría, F., 2010. *Optimización de una cartera de inversión utilizando algoritmos genéticos.* [En línea] Available at: <http://www.dspace.espol.edu.ec/handle/123456789/9108>

García, J. F. y otros, 2018. Diseño de un portafolio de inversión por medio de un algoritmo competitivo imperialista. *Número Especial de la Revista Aristas: Investigación Básica y Aplicada*, 6(12), pp. 29-33.

García, M. d. P. R., Alejandro, K. A. C., Sáenz, A. B. M. & Sánchez, H. H. G., 2015. Análisis de portafolio por sectores mediante el uso de algoritmos genéticos: caso aplicado a la Bolsa Mexicana de Valores. *Contaduría y administración*, 60(1), pp. 87-112.

Gestal, M. y otros, 2010. *Introducción a los algoritmos genéticos y la programación genética.* s.l.:Universidade da Coruña.

Gómez, A. T., Roldán, R. M. & Miranda, M. R., 2017. Estrategia de construcción de portafolios de inversión: estudio comparativo para América Latina. *Estocástica: FINANZAS Y RIESGO*, 7(2), pp. 177-199.

Grupo BMV, 2015. *Bolsa Mexicana de Valores.* [En línea] Available at: <http://www.bmv.com.mx/es/indices/principales/> [Último acceso: Octubre 2018].

Gutiérrez Urzúa, M. I., Galvez Galvez, P., Eltit, B. & Reinoso, H., 2017. Resolución del problema de carteras de inversión utilizando la heurística de colonia artificial de abejas. *Estudios gerenciales*, 33(145), pp. 391-399.

Ivanova, M. & Dospatliev, L., 2017. Application of Markowitz portfolio optimization on Bulgarian stock market from 2013 to 2016. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 117(2), pp. 291-307.

Kuri, Á. & Galaviz, J., 2002. *Algoritmos genéticos.* s.l.:IPN.

Lopez, M. M. & González, J. A. C., 2014. Estructuración de portafolios de acciones en el mercado de valores de España. *Revista Soluciones de Postgrado*, 2(3), pp. 51-60.

Markowitz, H., 1952. Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), pp. 77-91.

Martinez Torrez, C. L., Restrepo Munera, J. A. & Velazquez Henao, J. D., 2004. Selección de portafolios usando simulación y optimización bajo incertidumbre. *Dyna*, 71(141), pp. 35-57.

Martin, Š. & Křen, L., 2017. Application of markowitz portfolio theory by building optimal portfolio on the us stock market. *Tools and Techniques for Economic Decision Analysis*, 63(4), pp. 24-42.

Mejía, J. F. G. y otros, 2018. Diseño de un portafolio de inversión por medio de un algoritmo competitivo imperialista. *Número Especial de la Revista Aristas: Investigación Básica y Aplicada*, 6(12), pp. 29-33.

MSCI, 2000. *www.msci.com*. [En línea]
Available at: <https://www.msci.com/>
[Último acceso: Marzo 2020].

Puga Muñoz, M., 2009. *MPuga.com*. [En línea]
Available at: www.mpuga.com
[Último acceso: Enero 2019].

S&P Global, 2016. *S&P Dow Jones Indices LLC*. [En línea]
Available at: <https://espanol.spindices.com/indices/equity/sp-bmv-ipc>
[Último acceso: Octubre 2018].

Sharpe, W. F., 1964. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), pp. 425-442.

Silva, L. P. d., Alem, D. & Carvalho, F. L. d., 2017. Portfolio optimization using Mean Absolute Deviation (MAD) and Conditional Value-at-Risk (CVaR). *Production*, Volumen 27.

Valencia, P. E., 1997. Optimización mediante algoritmos genéticos. *Anales del Instituto de Ingenieros de Chile*, 109(2), pp. 83-92.

Vázquez, R., 2018. *Economipedia*. [En línea]
Available at: <https://economipedia.com/definiciones/sp-500.html>
[Último acceso: Noviembre 2018].

Verizon Media, 2017. *Yahoo Finanzas*. [En línea] Available at: <https://es-us.finanzas.yahoo.com/> [Último acceso: Enero 2019].

Zavala, J. C., Cruz, M. A., Vanoye, J. R. & Cruz, M., 2009. Modelo matemático multiobjetivo para la selección de una cartera de inversión en la Bolsa Mexicana de Valores. *El Séptimo Congreso Internacional de Cómputo en Optimización y Software (AGECOMP-CICos 2009)*, p. 3.

Anexos

Anexo 1 Tablas de precios históricos de las acciones por trimestre

Precios de cierre de las 18 acciones nacionales.

ECHA	LFA A	ARSO AI	EMEX CO	YDSA A	MEXICO B	ENCHEM *	ESÓLES *	DMBO A	EMSA LB	ERDEZ*	IMBER A	ALMEX *	RAGUA B	FINBURO	FNORTE O	LSBA *	LEKTRA *	IVEPOL I
T1999	795430	262029	470811	360977	627499	847576	5500341	434372	868526	031834	339371	386818	1264418	475082	747686	022821	2158704	5292414
T2000	252140	182977	152247	015605	428791	818349	2973729	161718	661570	900040	766692	976103	1091296	969551	709149	716888	8184732	4820887
T2000	464708	110739	881677	594536	530886	876003	555474	295442	137397	098478	331218	064657	0956711	900089	623467	529865	7307000	3026010
T2000	284530	537352	851264	797892	641385	798865	139832	323613	534970	162598	966188	481968	0242142	681079	370023	444872	4487885	3897555
T2000	854780	149074	448058	146156	642104	779381	867499	862835	534970	156709	292720	400498	686567	295954	504903	404708	1468712	4089456
T2001	920299	026270	208388	067498	626815	767690	139832	886162	283806	952635	322597	990272	767674	937698	884492	747932	1475241	2407381
T2001	838847	434413	400710	081544	344384	740411	247353	434874	083126	591736	396854	533184	905393	479500	659885	679940	9380640	2594866
T2001	456144	920040	216822	125882	773217	77432	235887	593939	721443	608808	390297	649286	0266783	364489	643636	735343	5212066	9049739
T2001	689209	750774	168823	839952	522655	584535	717118	887344	333585	971666	598741	584531	1405572	938003	680280	643425	0187004	0977600
T2002	960126	268799	136270	955130	818826	584535	0587171	15242	844299	039654	439087	439087	2238005	342527	125382	955945	5697104	0357988
T2002	141370	702596	370185	483261	825214	430068	2553679	830231	442481	509071	577495	956794	2997605	431662	420190	338225	6930846	903214
T2002	037610	541391	938375	955130	394665	526082	0042943	293832	170747	573406	112285	335018	2400605	176404	429824	319639	8384970	964115
T2002	154454	496880	283744	547795	667837	993709	2082916	335006	982043	624834	393587	329631	2153005	337620	142902	366105	2384970	5949219
T2003	107588	529738	282595	365197	379847	599916	0670267	722014	889950	251730	395001	889893	4214743	176404	040740	303346	9376400	032938
T2003	502847	116549	916546	228677	929164	626691	0687499	792241	063416	573406	095627	746462	3848216	274662	950441	586666	8319561	127212
T2003	906715	376230	138247	533749	031953	635198	8154107	683891	688832	145713	966403	936397	5473775	255313	688699	752169	4314996	01046304
T2003	417468	934748	710548	842762	800000	031878	2342574	579192	626987	548035	383333	964329	9898482	320886	02388	808890	3303104	1193161
T2004	100869	671894	819568	222004	519307	208584	9198014	049098	364603	486784	580790	516571	9317907	044562	040386	6075566	4975886	4975886
T2004	838257	733623	0390060	054542	246400	219159	6232140	317250	107422	352677	825186	335681	6115020	551373	402435	607448	2289848	032938
T2004	148880	252776	922887	516971	868951	432499	3893656	466106	0213720	210844	387995	0167351	441676	1067424	9872801	839750	5458466	5458466
T2004	169604	061875	2576248	236050	510172	430680	8370176	298283	0895213	553838	148945	317287	6521236	717662	4719133	837103	4585811	6966641
T2005	350287	766864	2562314	053452	667766	075148	7091170	687453	1485706	553838	366181	611985	4219602	105159	5922011	394796	1758852	7891201
T2005	547300	388815	4714143	648926	339267	117498	2930046	994286	1351489	687945	003888	481926	2993902	582474	9217302	949218	4079889	9494921
T2005	907400	258353	8098884	583222	088080	736761	1731518	951222	6031898	596641	701622	0315135	1585112	678815	0137011	736174	4366988	0400663
T2005	595122	899065	0355312	899846	869491	152335	8634515	362439	4425157	263703	494943	1485755	5976926	866462	8964144	764093	7048370	1816186
T2006	829972	597105	2812874	572038	196421	594424	6198827	066683	9973265	25979	312319	1169422	0313416	032788	2036880	832902	02276886	2361591
T2006	413771	144095	1470740	884900	580725	431005	7797032	612890	1232808	163123	181565	2264779	4910988	091614	2343033	531102	00210868	2592423
T2006	752007	842465	1937280	067498	121712	608156	5767571	694318	3079139	300033	731763	4715174	7217527	959249	9501671	690809	9107989	3346600
T2006	669946	2962396	4220663	393366	322833	889758	4903800	3227965	3079139	379986	376021	8307918	8291887	811157	6325247	2599915	22600160	6106404
T2007	411840	3176276	3982112	401871	0986005	520556	3602236	2628114	8156549	816237	394984	8542709	2906203	978960	6206202	7290452	6082083	502081
T2007	829964	5352185	6977906	345687	4347890	454455	7890494	5261842	9123248	0415665	590212	6295574	3423113	755492	2627355	6282820	7751794	5799200
T2007	948082	3744938	2245866	088582	788842	1700759	25482566	3979111	6412159	639632	6412159	597457	02251453	815434	6091292	5320260	10389699	7656662
T2007	689643	3535922	9180539	385016	5906639	2031104	56353772	4896998	5835171	1961290	519627	4987315	08761236	0623465	9122284	3122772	07158424	6629829
T2008	306859	7202485	9068279	803587	6293282	516129	1498694	6450636	9304919	1213710	525263	7919794	16197902	1962091	0042196	1168953	74611085	5701471
T2008	0910203	8721552	7570309	241645	6382195	3148334	86791394	8102922	1213710	597230	6469006	27442318	4191563	2084266	1217302	949218	4079889	9494921
T2008	014879	5908760	3173501	621330	253470	6677807	6092126	5840344	9612722	0807000	869900	5152199	25368110	4266479	038017	112352	62101270	5887514
T2008	412146	6460087	929877	372632	503530	059047	24377174	3441130	4760217	662991	625691	4906444	1564129	2287534	1591891	430141	51482834	659570
T2009	791964	3258116	267074	229703	787109	352724	90221631	2122830	1504476	0036071	844085	3323138	8483859	3392033	6341451	625968	46150666	2764998
T2009	103113	3878489	020424	649992	087807	4130549	55351683	6243906	5267600	1581329	0984388	5939844	9176332	4286812	7814313	519056	6946487	4737799
T2009	488194	3767780	2724625	027954	9132226	72471356	7411774	3396024	2868888	231829	9304272	8027840	5644435	609171	921747	609171	921747	609171
T2009	040880	5735248	1384153	396814	3101998	1733329	14808251	0020939	9182301	4075139	3308433	4015568	22252374	559189	1680564	864931	11286066	6696814
T2010	367943	8189946	308993	898644	597601	2079375	00880072	5252954	4551695	5696926	5828395	03122004	7337173	7203164	1730710	764093	7048370	1816186
T2010	315530	6298878	582564	829533	3769474	9296021	06653987	1445991	5286612	4075139	6888835	3699495	4955742	7307302	3862038	0592485	9448875	1629664
T2010	368773	5126996	191914	199942	8202614	0830680	52238867	1528599	6206003	4879452	8331570	6132335	0160264	0691048	1721233	1388300	21227664	5413023
T2010	0688095	1201757	0108818	778009	9560553	8712750	73856430	4591073	1828733	7399083	9326471	3789826	2494776	161496	1734457	8628282	1719401	8628282
T2011	3313612	5732821	401043	897011	4995512	9100176	63939858	3366534	7153842	9206552	7186877	9483095	4243363	2491771	9291744	1425440	8843563	4912925
T2011	5139204	5132687	990564	195732	0385000	1388932	73880665	8774866	2307533	0838367	8173421	9151233	5247821	6481097	7071995	7616851	4940865	4940865
T2011	2523244	9284565	58996	225954	6411382	6968115	33332400	511649	1790255	0277544	7007995	6389900	62290310	934781	6394062	309679	021594985	532779
T2011	3228854	0868614	887843	199349	968432	857242	18031767	7155622	7340157	0191137	1212625	71836799	1279817	7519000	2952597	32618707	00417107	00417107
T2012	6254771	6650915	104201	356946	3167607	3431125	29035783	8402373	9149332	1978035	1106729	6187323	9570021	1868684	0674782	6342704	155816403	0137828
T2012	8336703	9841924	372866	592422	2396152	1822159	40298645	1381461	1942896	6295219	9434481	0485284	04829038	544184	1674227	630048	1726008	6056580
T2012	0185756	066462	802839	189996	570665	5548435	56627300	0701130	7856243	8395749	3368416	0877542	99552411	0214027	4894267	8502711	0212402	0752529
T2012	4185178	7930676	0438474	3146799	9540823	5393140	7419077	4055300	0037176	5231736	6096282	1586984	2889839	4088666	4374870	2752639	29198614	29198614
T2013	6801655	3765420	235564	4378998	2418700	0176528	14788956	7839814	7549900	8304215	3101824	4450903	11054457	0222415	8408553	3508864	6598022	4338341
T2013	7385409	689423																

Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos de Yahoo Finanzas.

Precios de cierre de las 18 acciones de EU.

EXHA	A	MZN	D	IS	MCSA	NJ	RCB	PM	HW	CL	PD	EM	PG	G	O	EP	OST	E
T1999	7.297472	7.270833	7.867017	1.432051	1.239966	9.584494	8.566665	8.803807	5.158583	3.850534	6.910134	8.000130	7.701368	0.676380	2.847345	0.839301	1.790879	8.235420
T2000	5.488873	6.812900	9.333727	8.773134	0.990013	2.451112	2.706666	9.609025	3.897441	2.034221	5.257880	6.681027	5.568968	3.456998	0.685444	0.240232	6.500640	4.573338
T2000	5.862498	6.604167	4.252312	2.142091	0.125100	7.035045	7.080001	5.964899	6.456403	5.085087	7.688004	7.524707	4.644204	7.531539	1.122117	4.488796	8.741605	5.699282
T2000	5.939780	6.687500	3.699618	9.857161	7.46848	7.629755	8.720000	7.573344	5.565103	4.410066	9.495866	3.715071	2.037945	7.904184	1.974499	7.112641	4.620371	6.112450
T2000	3.780609	5.625000	8.236988	4.162986	0.432086	4.296668	9.539038	4.306055	6.806020	6.415099	0.923885	1.931826	3.332464	1.762510	9.017452	6.371632	9.349411	
T2001	8.160922	2.576667	9.564848	3.371878	1.057025	7.712085	5.800000	6.974032	8.714216	6.480545	1.760753	2.514240	4.538222	9.940051	1.195556	7.226557	0.731494	7.000126
T2001	9.112148	5.540000	1.767579	3.560243	1.106660	9.352636	5.646666	6.276666	5.691085	5.712962	5.850080	4.843426	6.489866	8.481147	0.009903	7.091558	7.756151	5.169515
T2001	1.151180	1.333333	9.820707	8.282003	5.90285	2.574784	6.253333	1.846308	6.588040	5.377188	2.945667	6.348352	5.943499	1.452143	0.196231	9.017899	8.021888	6.325187
T2001	3.254578	7.066667	0.129451	5.524124	4.60072	5.307420	8.080001	0.651815	9.669998	5.010766	5.138721	6.093796	6.020405	2.796929	0.471202	9.920215	9.729483	4.150380
T2002	9.658844	4.196667	3.016698	7.620443	1.21031	7.653573	8.313334	8.848840	4.070314	8.071584	7.868554	9.153088	6.210715	5.515387	0.628495	1.261360	0.693135	3.998292
T2002	9.134982	7.056667	7.736016	7.056388	1.96659	5.971172	7.953333	0.189970	2.975724	8.456313	8.421984	2.405205	8.092245	6.878757	2.486727	1.349786	8.521814	1.986384
T2002	4.928455	5.106667	0.008373	2.741620	9.93117	2.749387	7.946667	3.670852	9.867611	7.826533	5.576428	0.961897	6.834248	7.005719	1.211762	4.692890	4.309603	1.35962
T2002	1.513239	0.533333	7.674261	3.864878	1.79218	4.597787	8.626667	3.807865	1.277996	9.361579	5.325731	0.131222	5.781658	6.309299	0.348157	6.732339	2.773499	0.365919
T2002	8.814271	3.296667	5.348768	3.705736	4.06289	3.591245	2.840000	3.977413	0.177886	9.976765	3.611991	1.533880	5.167152	6.185099	2.77441	4.343352	1.957263	4.09942
T2003	0.780863	3.633333	0.995767	5.427387	0.77277	3.144477	7.573332	0.896003	1.150992	6.000033	0.896328	3.329020	6.135066	7.780986	6.026408	7.980267	1.699230	4.69221
T2003	3.689963	5.463333	1.166227	6.631293	9.86904	1.184520	9.526666	1.297166	2.829597	0.908902	7.273228	9.993585	8.001533	7.623584	0.281430	4.246805	9.74407	5.78767
T2003	7.031316	3.673333	4.586192	8.350489	61.851	1.417664	4.723332	2.427201	5.894572	1.979789	8.861706	6.855399	9.983183	0.895823	1.384465	0.602636	3.935044	9.07017
T2004	8.778574	5.563333	4.925232	0.257802	1.40428	2.971487	1.500000	5.540836	7.087136	2.094843	9.412147	4.583131	9.580333	2.102667	1.921447	2.354966	7.391478	9.96988
T2004	1.970450	8.833333	3.999880	9.310897	6.49247	4.677133	0.306666	3.927707	0.858477	5.227756	0.348808	0.471178	0.445554	3.720999	2.275704	4.285460	8.183770	9.55315
T2004	5.561120	9.306666	4.795071	8.264746	351.030	5.753184	7.726667	4.866764	2.790087	1.793419	4.332263	0.423855	4.088266	4.601555	1.482580	8.937710	9.077116	
T2004	5.852832	9.366667	8.500805	1.432709	1.41305	8.563434	6.800000	4.781080	4.355563	8.651470	3.972966	6.790706	7.289288	3.721163	0.051386	2.643606	5.521308	0.647009
T2004	8.043675	7.556667	7.163881	3.085678	633.361	2.001937	9.100000	3.523756	4.556840	7.190044	7.48912	4.051066	4.421724	3.784011	0.047526	5.684227	5.627140	1.07049
T2005	4.128077	3.653333	5.887118	1.386053	3.29880	2.887245	5.943333	3.331640	5.941483	6.984828	6.561045	0.288085	2.661114	4.532953	0.961744	5.757065	1.903316	0.195074
T2005	7.095759	4.833334	7.880847	0.287249	9.68512	0.934146	5.299999	2.762994	6.616191	7.366070	1.014813	1.828366	4.537102	1.199866	1.979866	2.080700	0.561637	
T2005	7.674833	5.156667	8.255041	9.829866	0.82826	9.815000	8.016665	5.585086	5.128638	8.584966	6.249819	7.870251	0.982972	6.828081	0.941891	8.623223	6.249651	0.817899
T2006	1.603803	9.396666	8.690876	2.209022	0.87900	7.849627	8.880000	7.610742	9.538526	0.783540	0.080303	4.454307	1.729955	8.247073	0.909999	8.014732	8.166721	2.002264
T2006	8.824557	6.166667	6.223456	4.195398	404.436	9.017322	0.426668	9.535510	9.525757	2.792361	1.189327	3.696429	5.561472	6.548771	1.490160	9.264806	0.534770	9.74077
T2006	4.895401	9.946666	4.346819	4.684997	325.397	2.197559	2.830000	1.660044	2.009887	6.541443	1.288102	8.896540	3.077216	9.888006	2.101707	2.881691	6.999780	4.175620
T2006	1.131744	9.296666	6.878733	7.018104	0.828787	4.024774	1.573334	2.278222	0.406987	7.968127	4.153460	6.852074	3.843116	1.868492	3.022110	1.687710	3.921178	6.336911
T2007	2.568798	8.866666	7.357426	8.662094	0.687981	2.197521	2.203333	4.556459	5.074880	6.456716	7.423962	5.548518	4.742146	2.307267	3.228066	2.772628	1.177844	7.844655
T2007	9.578827	6.293333	7.287189	8.898866	0.813488	2.258702	2.386665	5.663045	4.923929	6.452923	0.128232	2.733542	7.745789	2.001537	4.834857	4.615338	1.929696	9.326425
T2007	3.538807	3.866669	5.560300	8.254176	0.070000	1.684370	6.306669	1.684370	6.343700	7.153030	8.808995	4.788179	7.684267	4.111865	5.995128	5.894227	5.627473	9.714079
T2007	7.395449	0.783333	0.753174	7.993987	8.74224	1.959662	2.266668	2.304247	1.174939	1.609287	3.664238	0.466828	6.952295	8.700099	7.966389	1.342928	1.119382	9.569592
T2008	8.351707	1.156667	0.427417	6.478022	504.525	3.294333	1.316666	1.399811	4.530946	9.454591	9.053240	0.003008	3.558731	5.498871	7.422099	7.730256	3.920258	8.136863
T2008	6.921531	7.860001	9.262232	7.496484	1.86897	5.458988	6.466665	0.197819	4.099933	8.257905	5.056788	9.130195	2.979281	3.863434	6.637027	5.839528	3.427964	8.132601
T2008	5.125228	6.636666	8.754382	6.410151	1.27594	8.085290	0.840002	7.03964	7.644960	9.854764	5.833465	5.921758	1.179477	6.755284	5.688631	4.784877	9.008241	5.066622
T2008	3.993784	0.406667	7.158961	0.112323	635877	1.811341	0.353335	5.720000	9.824904	1.864747	4.347101	7.502707	7.488930	3.798866	3.932631	7.280000	0.634387	4.129732
T2009	7.214841	5.683334	6.412062	5.961912	508.466	7.594852	5.820000	8.603131	1.626856	9.0012175	3.949225	4.569530	3.757263	4.623488	3.913233	4.697272	3.288497	2.878763
T2009	2.024899	0.723333	8.413469	9.934449	845.162	8.872725	9.553332	6.036879	6.964728	3.331187	3.741815	5.705695	5.546551	4.813355	4.904971	6.321971	6.321971	3.209592
T2009	7.265133	6.770002	0.302031	2.566544	3277.18	3.374495	5.263334	1.573998	1.582386	7.861476	1.279341	4.562757	2.553003	9.375483	6.372363	0.853418	0.002792	4.400810
T2009	9.565234	2.914669	0.857824	5.785055	2.16485	4.888322	6.146668	1.617360	2.202131	8.880256	4.575669	9.842332	3.521634	2.867233	3.921137	5.603114	2.607604	4.466626
T2010	0.748066	26.526070	3.661562	7.785845	939.455	6.310987	9.276665	1.584782	6.971092	8.099248	9.912117	9.549083	5.266270	4.877773	7.980969	5.372433	5.743839	3.840703
T2010	1.831300	23.940002	5.295540	9.545327	537.854	4.832925	5.746668	8.985513	5.945334	1.479098	8.466600	7.534837	6.741258	4.040911	7.488027	5.891342	4.354366	3.786012
T2010	12.15999	33.200000	3.144793	8.839790	498.003	3.673360	8.980000	4.898884	3.401294	3.203313	9.947412	8.797555	9.422548	7.342028	5.940347	5.940347	3.144793	3.786012
T2010	2.58425	73.543330	5.499700	1.981302	641.084	6.071208	9.783333	9.613000	3.683766	1.174426	0.372024	3.286544	6.129087	2.239044	8.477111	2.239044	2.236461	6.739044
T2011	7.020745	74.353332	9.656442	6.895332	0.190724	5.309582	4.219999	4.790389	4.980095	3.037609	3.242778	5.977722	7.609913	6.182967	2.777107	8.099448	7.623466	6.771466
T2011	1.684416	98.996668	9.410243	6.328842	0.690121	0.537168	9.920001	2.916436	6.252266	8.905981	7.646611	7.294773	8.720207	8.460777	4.121051	3.039546	3.828778	8.498788
T2011	2.996447	17.993332	7.413824	0.185492	291.337	9.635667	2.736666	7.576673	8.520879	5.614576	8.764885	0.854363	2.900764	7.081233	5.043481	8.497502	2.347700	7.193453
T2011	6.021051	92.966665	1.964534	1.767558	81.4985	0.193831	7.640002	5.445427	8.416084	0.626236	1.179953	5.142339	6.898260	5.942439	9.422548	6.135960	6.135960	7.910593
T2012																		

Anexo 2 Tablas de precios históricos de los rendimientos acciones por trimestre

Rendimientos históricos de las 18 acciones nacionales.

ETEA	LFA A	ARSO AI	EMEX CO	YDSA A	MEXICO B	EXICHEM *	ESÓLES *	IMBO A	EMSA UB	ERDEZ*	IMBER A	ALMEX *	RAGA B	FINBUR O	FNORTE O	LSEA*	LEKTRA*	IVEPOL I
T2000	0.21605	0.29128	0.22782	0.15989	0.07824	0.02801	0.17796	0.33871	.12672	0.06704	0.14152	.16580	0.01389	1.39314	0.014125	0.164003	.24050	0.02851
T2000	0.430230	0.02297	1.32409	0.01908	0.461743	.08893	0.305812	.041425	.08893	.09938	0.12289	.022027	0.012208	0.299712	0.011795	0.115311	0.031637	0.12069
T2000	0.131258	0.203739	0.192603	0.103797	.28799	0.093000	0.291425	.011516	.054207	.00308	0.116000	0.154732	0.067441	21.7987	0.103940	0.057158	0.108966	.049700
T2000	0.431016	0.160884	0.086772	0.450201	0.217611	0.024493	0.613104	0.152244	.00000	0.002099	.04436	0.023676	0.055791	0.110510	.055350	0.325241	0.12238	.028779
T2001	.097566	0.058840	.157803	0.071096	0.009554	0.015114	.613104	.008115	0.033902	0.008308	.09003	.19938	.008163	0.115009	.141099	0.103747	0.008969	0.127135
T2001	0.002670	.183509	.215469	.013072	0.190088	0.016380	0.113351	.175100	0.012182	0.009077	.022103	.127565	.014196	.169280	.182647	0.111783	.327988	0.14999
T2001	0.009220	0.234240	0.213851	.038221	0.553131	.048790	0.119624	.289710	0.048168	0.139566	0.019192	0.216893	.038334	0.386344	0.328508	.078332	0.072609	0.18232
T2001	.412823	.358595	.167133	0.291021	0.391639	0.288179	.087866	0.167012	0.059157	.166709	.059667	.228156	.122572	2.16700	.330834	0.133531	.27495	.044836
T2002	.331432	.170349	.146169	.128002	.448900	.000000	.616143	.281725	.077269	.033902	.107233	.170924	.359364	.129406	.114170	.398986	.246753	.040822
T2002	.172921	0.190198	.032253	.440151	.007771	0.305620	.170371	0.064557	.083790	.207122	0.113154	0.092852	.060219	0.318152	.069024	.336399	.362609	0.002124
T2002	0.095310	0.060714	0.216007	0.440151	0.327644	.200259	0.223144	0.382843	0.037194	.025318	0.139210	0.088930	0.046520	0.114901	.002177	0.013986	0.010590	0.09630
T2002	.106708	0.018576	.056530	0.555946	.116045	.120922	.184022	.012423	0.026668	.059803	.086454	0.046347	0.020619	.071459	.149394	.034066	0.256661	.132032
T2003	0.041443	.013194	.173548	0.405465	.102400	.003711	0.124298	0.015045	0.019100	0.153334	.000417	.119782	.156654	.007459	0.020203	0.041673	0.118854	0.174383
T2003	.303177	.209573	.209499	0.103561	.227842	.050154	.001580	.163528	.163006	.133531	.187127	.163230	.0108928	.242855	.175495	.191357	.315118	.051535
T2003	.238020	.070609	.162658	.484850	.104923	0.13483	.529622	0.028988	0.047568	0.181758	0.031572	.032518	.108540	.159759	.116954	.092027	.174258	.099172
T2003	.237339	.153000	.067900	.556358	.485199	.577488	.215586	.007722	.171830	.094230	.040604	.251114	.019934	.182427	.064539	.44025	.090224	.090224
T2004	.24992	.171504	.119842	.371564	.336175	.158069	.192244	.096564	.284890	.313658	.049782	.088552	.382992	.197151	.119036	.451632	.216737	.238999
T2004	0.088492	.013130	.05152	0.148420	.008711	0.401653	.051747	.076333	0.030221	.051978	.002928	0.115688	.118890	.0073180	.175975	.066545	.06588	.06288
T2004	.104174	.104066	.004115	.366443	.244591	.161259	.256232	.027610	.012330	.000000	.076892	.122580	.144250	.177823	.159385	.097174	.114875	.04388
T2004	.280457	.142363	.236966	0.304794	.201719	.124053	.141711	.003420	.082829	.168766	0.009617	.203027	.048473	.284923	.221572	.302542	.076439	.052924
T2005	.042421	0.048991	0.001109	0.159849	.042826	.371883	.0033902	.059956	.056809	0.013941	.039484	.0107986	.065574	.057986	.005545	.000020	.145445	.051293
T2005	.044292	.102420	.158108	0.484508	0.092740	.020203	0.118993	.044861	.0011754	.037041	.112291	.108214	0.036478	.075277	0.025900	.118808	0.098620	.108886
T2005	.076137	.127604	.208874	.415515	.205422	.567984	.0037075	.125714	.345231	.212175	.109947	.225807	.231419	.044036	.304780	.147563	.010569	.122372
T2005	0.005676	.084591	.116676	0.089612	.176997	0.170076	.196836	.052943	0.108607	.143191	0.009917	.074930	.094311	0.031307	0.061796	.004855	.150999	.067085
T2006	.049845	0.038989	.114966	0.030772	.249962	.121455	.374768	0.016008	.324222	.169501	0.019904	0.025714	.096219	.0199735	.151607	.304129	.166145	.024603
T2006	0.080041	.069046	0.006034	0.046520	.001713	0.036745	0.161950	0.057900	.001151	0.188794	0.023092	.093552	.087430	.0097009	.013869	.088792	0.025281	.022924
T2006	.069768	.189904	.021496	.187599	.079003	.050399	.154229	.132827	.083382	.199489	.223765	.182161	.041158	.137975	.279203	.123233	0.012036	.039221
T2006	.179007	.275346	.092979	.266405	.155855	.303891	.151715	.345136	.000000	.284338	.928319	.240054	.176931	.200006	.263469	.214421	.141261	.051293
T2007	.123673	.016365	0.010158	.544526	.277665	.430497	.251163	.028119	.198851	.051293	.002011	0.008870	.065383	.020965	.213392	.327627	.278223	.236846
T2007	.062587	.028130	.117695	0.023670	.269935	.228846	.050021	.189430	.033757	.185667	0.047372	0.129183	.247965	.200106	0.018420	0.068027	.091182	.198995
T2007	0.137880	.014123	0.192882	0.155149	.203662	.123827	.356155	.0087734	0.097712	.031198	.073809	0.019715	.006126	0.153459	0.048579	.172030	.322943	.022924
T2007	0.044206	0.015385	0.148225	.171777	0.120994	.117182	.223607	.061135	0.021391	.088148	0.031358	0.063975	.061694	.079220	.058446	.0166954	.376267	0.007529
T2008	.002292	.239768	0.009027	.161694	.044082	.231371	.339590	0.016273	.125322	.0064539	.001048	.178600	.066430	.118566	.023242	0.019831	0.112008	.105699
T2008	.051346	.084622	0.061001	.145181	.055442	.423056	0.161372	.052566	0.038342	.000000	0.102334	0.084288	.092369	.170831	.049265	.009710	.272235	0.014161
T2008	0.404923	0.162811	0.308600	0.212399	0.085561	0.327844	0.664674	.022810	.048790	0.030891	.131647	0.083371	0.016410	.005339	0.327885	0.462624	.004303	0.184021
T2008	0.509403	0.083784	0.388805	0.099602	0.238289	.0458992	.258000	0.164241	0.182607	0.018601	0.161632	0.114325	0.149326	0.038995	0.269874	.426687	0.224651	.022451
T2009	0.297317	0.098440	0.354893	0.062132	.180125	0.232499	0.129940	0.103229	0.173356	.092221	.022435	0.112291	0.154151	.124799	.0278613	0.043861	0.211954	0.108214
T2009	.548094	.045700	.364581	.172651	.335106	.525751	.352122	.292578	.161263	.141500	.019694	.179296	.008789	.025990	.531846	.580718	.243832	.311903
T2009	.569049	.224277	.347403	.418740	.567799	.215388	.104540	.089607	.105361	.144608	.186335	.215374	.009073	.343579	.154533	.0113688	.146603	.099731
T2009	.250979	0.008713	0.115069	.057622	.188545	.215120	.219151	.442821	.357794	.002623	.223570	.223607	.000340	.061049	.154339	.157429	.187465	.187673
T2010	.171975	.144966	0.201241	.108641	.102590	.389366	.0607038	.228605	0.125709	0.021954	.180044	.072598	0.171533	.106147	.135175	.283710	0.022594	.132489
T2010	0.000283	0.108985	.028964	0.014174	0.076624	0.090946	.028333	0.163456	.062628	.021954	.075292	0.088846	.088374	.0001713	0.004665	0.011334	0.109808	.048775
T2010	.000497	.432969	.071310	.173540	.051243	.199303	.003908	.010551	.055570	.097720	.081972	.063750	.178561	.0084078	.0084078	.031048	.030438	.099129
T2010	.246114	.216532	.200249	.106265	.338418	.227659	.395227	.133003	.143442	.179163	.010737	.153137	.309065	.083582	.215290	.028237	.188664	.222570
T2011	.219000	.135956	0.017904	.013936	0.122613	.007437	0.026883	.051079	.118516	.014512	.021772	.05547	.033902	.005515	0.046965	0.025000	0.078174	.027372
T2011	.128508	0.016939	0.051113	.055762	0.126567	.059397	.026965	.102608	.129898	.083715	.055814	0.011272	.069886	.095726	0.045877	0.041005	.165482	.010366
T2011	0.185558	0.183407	.0817913	.283434	0.154888	0.112947	.147552	.0127655	.202237	0.029432	0.066330	0.081966	.060625	0.249956	0.238469	0.163704	.562747	.053759
T2011	.056070	.053957	.517560	.111838	.116828	.042482	.178531	.101956	.081825	.078231	.179135	.057158	.095193	.031643	.330242	.269792	.162426	.022924
T2012	.209986	.171757	.319493	.016986	.110935	.118639	.021020	.046999	.009068	.062301	.135786	.118974	.130053	.027294	.300579	.266666	0.137502	.094979
T2012	.147421	.083481	0.094000	.006987	.176641	.047887	.097634	.195807	.179307	.198403	.017465	.045577	.151315	.194473	.055377	.151315	.003015	.049945
T2012	.108123	.018983	.177292	.148132	.080766	.069438	.088727	.021918	.058481	.076852	.171261	.121785	0.020699	.171937	.050888	.117409	0.022507	.080969
T2012	.141809	.355344	.170424	.126037	.101997	.163162	.026227	.043664	.087421	.181214	.089794	.156161	.078562	.084857	.139900	.251889	.041254	.189190
T2013	.100076	.099964	.168446	.123775	.070256	.0081135	0.104366	.165396	.167054	.134161	.268440	0.046666	0.022518	.0084880	.169675	.319370	0.122918	.098604
T2013	.033183	0.114629	0.049002	0.011849	0.279092	0.202066	0.384626	.0001848	.0008157	0.072410	0.021501	0.082812	.034227	0.220398	0.249773	0.126143	0.121694	0.02844
T2013	.1																	

Rendimientos históricos de las 18 acciones de EU.

FECHA	A	MZN	D	IS	MNSA	NJ	BBK	PM	BW	CL	PD	EM	FG	G	O	EP	ONT	E
T1999																		
T2000	0.06852	0.14526	.03802	.29428	.028729	0.275910	0.164809	.027501	0.088660	0.008447	0.102819	0.076071	0.141292	0.269177	0.184255	0.029168	.138150	0.224172
T2000	0.04552	0.360200	0.13802	.110724	0.074572	.185794	.125499	0.131263	.169010	.153870	.147826	.049307	0.048511	0.293134	0.040053	0.063705	0.238964	.074421
T2000	.228051	0.229254	0.016294	0.073742	0.038074	.021759	.043279	.060104	0.055683	0.045757	.097362	0.245076	0.195776	.021033	.073852	.102155	0.154763	.029977
T2000	.197348	0.358868	0.176857	0.211603	.067942	.066714	.132519	0.165783	.076706	.130118	.076069	0.139350	.102138	.195278	.092483	.067529	.068707	.183071
T2001	0.137380	0.711725	.04957	0.032288	.058180	0.063739	.020007	.143809	.107546	.003973	.039492	.047658	.086373	0.087863	0.159754	0.063705	.153807	0.125919
T2001	.024621	.211574	.071800	.008409	.003939	.057514	.012048	0.026194	0.176191	0.047720	.154565	.170690	.126154	0.079922	0.112342	0.006907	0.101917	0.171692
T2001	0.227881	0.531487	0.063243	0.254025	0.146254	.104156	.011203	0.184465	.055469	0.024180	.010820	.096387	0.033980	.153017	.018882	.071309	.009526	.073657
T2001	0.292311	.090882	0.010300	0.163322	.001645	.086555	.038733	0.056231	.179501	0.021513	.091280	0.015510	.004818	.060801	.026608	.030410	.059153	0.142970
T2002	.243212	.380194	.091492	.126605	0.051813	.048272	.004841	0.091352	.039912	.185573	.103900	.174029	.011805	.112686	0.149004	.043657	.011901	0.010804
T2002	0.017813	.183534	0.174263	0.032547	0.230966	0.029647	0.015015	.068735	.115462	0.021066	.019664	.156830	.098111	.052055	.161128	.002816	0.073370	0.155164
T2002	0.155980	0.121405	0.326571	0.291639	0.193573	.093834	.007397	0.389920	0.145347	0.034719	0.105492	0.066887	0.072008	.004712	0.107703	0.238692	0.159798	0.271553
T2002	0.147356	.306913	0.124051	.084485	.041148	.054905	.014083	.009972	.068853	.080950	.009850	0.040429	0.064567	0.026127	0.010755	.079359	.065274	.126305
T2003	0.134057	.126261	0.141004	0.011544	.181138	.029854	0.126700	.011918	0.053086	.004825	0.070066	.067551	0.039716	0.004732	0.109223	0.073717	.085301	0.209499
T2003	.097385	.367207	.133371	.118343	.086725	0.005276	.104800	.338375	.034989	.058056	.058461	.079723	.061865	.059161	.103117	.109196	.193017	.142323
T2003	.135051	.301388	.017405	.075129	0.011248	.069967	.040239	.083403	.091237	0.026819	.085690	.251633	.109440	0.005082	.002437	.036846	0.077319	0.077365
T2003	.131945	.166910	.140374	.098370	.076908	.007448	.099779	.051701	.122320	0.033771	.066610	.205964	.104434	.098920	.101954	.044476	.074727	.068466
T2003	.062635	0.163813	.002028	.098884	.059703	.048272	.116747	.130004	.066935	.018992	0.063382	0.020365	.045219	.010703	0.044122	.074122	.047122	.021425
T2004	.056181	.093100	0.024390	0.047870	0.062235	.050438	0.014995	0.065268	.108444	.058222	.031353	0.126885	.043239	.049182	.029283	.028514	.004177	.000477
T2004	.106441	0.217039	.025292	0.055997	0.039767	.030559	0.043723	.038521	.049494	.009023	.064499	.119304	.003028	.010943	.019915	.000201	.080139	.090414
T2004	.008170	.001525	.139290	.159945	.102110	.075665	0.016183	0.003454	.083084	.126340	.066306	.088300	.109734	0.010838	0.039996	.024760	.162533	.000524
T2005	.095912	0.047069	0.048076	.074294	.058683	.085411	.039695	0.052068	.000616	0.052521	.098400	0.076234	.069192	.001862	.043428	.061581	0.016978	0.051172
T2005	.148361	0.109739	0.048113	0.076473	0.035785	.020859	.0554892	0.008200	.039286	0.024982	0.117107	0.074823	.021926	.043272	.036390	.042372	.045263	.090512
T2005	.006174	.276752	.074194	0.052746	.004451	.046610	0.012290	0.024674	.018599	.041029	0.045543	.086210	0.037449	.056414	.021490	.006629	.012608	.035324
T2005	.041434	.017274	.03332	0.022803	0.125599	0.027706	.049026	.116873	0.041474	.036995	.137210	0.039490	.007949	.002303	.070374	.113066	.043274	.015067
T2006	.079192	0.131393	.015307	.113215	.088450	0.050638	.041426	.076195	.118259	.074049	.100451	.160294	.034979	.037790	.004473	0.014303	.051553	.108880
T2006	.130964	0.090607	0.089925	.087538	.170711	.030385	.025929	.067388	0.000323	.062115	.027294	0.017331	.089923	0.045419	.044240	.030078	.060196	.007404
T2006	0.009130	0.188720	0.074253	.020013	.103992	.078357	.039002	.009990	.078884	.110785	.002397	0.116224	0.027067	.074829	.052424	.096483	0.042227	.108848
T2006	.110574	.271722	.098828	.060312	.149444	.042381	.130200	.034416	.164175	.037846	.067905	0.053977	.032600	.061057	.075165	0.026605	.062603	.114322
T2006	.006119	0.011003	.071799	.059908	.0013085	.042382	.006764	.052595	.088803	0.040021	.071456	0.036030	.037013	.010425	.014147	.004704	.043604	.017441
T2007	.003038	.533952	0.002571	.011271	.011607	.001449	.002536	.031521	0.014283	0.000034	.055499	0.082498	.114575	0.007253	.113882	.042179	.039363	.075103
T2007	.055342	.235139	0.065377	0.025606	0.071220	.000002	.052728	.0118291	.039620	.019629	.066791	.033450	.049023	.049980	.041284	.018738	.043232	.006972
T2007	.0087009	.079347	0.203541	0.009252	0.245972	.066409	.189923	.022033	0.096220	.112362	.079335	.151336	0.045912	.098951	.141544	.097205	.112608	.010193
T2008	0.147305	0.243592	0.015825	0.055675	0.048088	.044312	0.010350	0.031069	0.139066	0.053364	.075184	0.010679	0.121125	0.016999	0.030717	0.072962	0.045848	.007600
T2008	0.024815	.090028	0.068728	.077729	.087029	.048983	.054806	0.039018	.096821	0.044311	0.024949	.010298	.046455	0.040419	.090018	.010369	.041670	.016780
T2008	0.232322	0.015892	0.026219	0.040295	0.007270	.056174	0.067056	.017501	.077318	.040892	0.152887	0.085551	.008673	.064542	.008904	.035323	.086346	.020175
T2008	0.283264	0.418957	0.089807	0.272146	0.320274	0.139788	0.139422	0.179999	.047440	.022342	0.048556	0.267059	.128107	0.065754	0.113703	0.194425	.043300	.013004
T2009	0.222415	.264722	0.044471	0.231127	0.186205	0.106351	0.231398	0.320882	0.179771	0.093785	0.011778	.226888	0.240001	0.238116	0.045450	0.109446	0.182427	0.115572
T2009	.162988	.206182	.115013	.222244	.095128	.033426	.064740	.333125	.126051	.187778	.253565	.023238	.240828	.026388	.119599	.053952	.070285	.087441
T2009	.151307	.072233	.097639	.134019	.079125	.111859	.091558	.192820	.093783	.127441	.158981	0.032533	.252582	.102300	.099932	.101340	.097146	.094005
T2009	.099667	.042323	.027008	.133404	.0017735	.030242	.013444	.001259	.013869	.029121	.085611	.142153	.042944	.084964	.116239	.072269	.119158	.043271
T2010	.249049	0.025131	.126123	.074654	.110019	.032985	.181009	0.000917	0.022861	0.002654	.007489	.071550	.045835	0.032479	.023664	.044330	.043830	.028762
T2010	.021219	0.020666	.066736	.061399	.082714	0.042471	0.045549	0.025592	.146292	.084789	0.029388	.184021	.056737	0.018824	0.027810	.041372	.043865	0.039599
T2010	0.011943	.072505	0.088858	0.024170	0.005293	0.016170	.052381	0.033581	0.037046	.045496	.093245	.049508	.074083	0.005911	.106601	.041327	.035528	.107457
T2010	.025494	.264125	.096899	.033978	.141953	.064244	0.000900	.025049	.077986	.151916	.096477	.144863	.135411	.013488	.135626	.064399	.017441	.044986
T2011	.081976	.004657	.151010	.142934	.160948	.027054	.054118	.160469	.087457	.015648	.033252	0.091291	.121875	.001161	.023890	0.008653	.084130	.082120
T2011	.078511	.132304	0.008132	0.015473	.051775	.190381	0.052406	0.055338	0.108243	.097273	.067136	.028243	.029333	.048137	.057329	.088959	.090065	.094077
T2011	0.152501	.091176	0.070900	0.185251	0.140238	.019799	0.094181	0.173002	0.106909	0.096972	0.140756	.072566	0.162866	0.025808	.036366	0.000351	0.020944	0.071717
T2011	.056197	0.121947	.153574	.051084	.054628	.011182	.069237	0.080344	.134890	.104244	.040278	.081858	.114425	.044204	.016181	.023471	.058909	.049862
T2011	.078755	0.003912	.200035	.158065	.214852	.020612	.021450	.221420	.182557	.080628	.064599	.121285	.077614	.021308	.037368	.016665	.031524	.044986
T2012	0.006056	.154765	.088170	.096644	.062674	.0000283	.021493	.048425	.215331	.073650	0.088741	0.177163	.135230	0.047445	.059664	.055901	.042509	.133006
T2012	0.020811	.089008	.099630	.094237	.116896	.061641	.056916	.027379	.112231	0.002855	.010835	.060254	.065652	.088411	.023294	.059429	.095883	.101304
T2012	.029913	0.000019	.111411	0.015495	.099138	.033403	.025888	.116767	.054285	.097346	.003375	0.013820	.124557	.036986	0.029576	0.030543	.029222	.0078815
T2013	.078818	.078544	.088965	.121764	.072884	.103319	.138248	.136088	.095659	.073537	.071316	0.166831	.080572	.106727	.042961	.101398	.095527	.099840
T2013	.219146	.085611	.117314	.134537	.030828	.105163	.091379	.093000	.109874	.107156	.053921	0.247867	.099633	0.016777	.057720	.077865	.0618	

Anexo 2 Matriz de correlaciones

Matriz de correlaciones de las acciones nacionales.

	<i>LFA A</i>	<i>ARSO A1</i>	<i>EMEX CPO</i>	<i>YDSA A</i>	<i>MEXICO B</i>	<i>EXICHEM *</i>	<i>EÑOLES *</i>	<i>IMBO A</i>	<i>EMSA UB</i>	<i>ERDEZ*</i>	<i>IMBER A</i>	<i>ALMEX *</i>	<i>RAGUA B</i>	<i>FINBUR O</i>	<i>FNORTE O</i>	<i>LSEA*</i>	<i>LEKTRA*</i>	<i>IVEPOL 1</i>
LFA A		.9632668	.177017404	.909383	.869976957	.884464213	.73411271	.938518	.89363733	.942774	.9385188	.84834998	.92569148	.93701859	.883185276	.86599	.483193	.9541603
ARSO A1	.96327		.178494145	.942269	.93124595	.898741111	.76901852	.976268	.96562624	.974259	.9816469	.91088175	.95297954	.94468461	.943641451	.93835	.5423616	.9670528
EMEX CPO	.17702	.1784941		.136326	.181529152	.071004868	.04502917	.179247	.18857844	.166364	.1648203	.19641694	.21398758	.14178272	.314674276	.2774	0.044584	.165213
YDSA A	.90938	.9422692	.136325865		.89215909	.832719031	.64273324	.904861	.95385264	.936093	.9173493	.87892225	.90518455	.88222945	.919631303	.94247	.5120559	.8979938
MEXICO B	.86998	.931246	.181529152	.892159		.947752586	.86602855	.945747	.93650812	.953175	.9469764	.96360108	.95333705	.94205757	.959074608	.8848	.6855893	.897725
EXICHEM *	.88446	.8987411	.071004868	.832719	.947752586		.91739327	.910861	.86637835	.933257	.9139409	.9291941	.95049503	.95064777	.901751914	.77682	.727709	.869322
EÑOLES *	.73411	.7690185	.045029168	.642733	.86602855	.917393277		.814081	.7342645	.803391	.8033627	.83687977	.84253874	.84961064	.773581298	.62702	.7810526	.7518198
IMBO A	.93852	.9762683	.179247173	.904861	.945746705	.910860635	.81408087		.95948653	.971094	.9885057	.94147969	.9611783	.95645434	.948885484	.92062	.6175702	.9755984
EMSA UB	.89364	.9656262	.188578442	.953853	.936508122	.866378349	.7342645	.959487		.967257	.968734	.9431866	.93933895	.89403013	.965548387	.9724	.5773276	.9344853
ERDEZ*	.94277	.9742585	.166364485	.936093	.95317462	.933257111	.80339094	.971094	.96725742		.9819904	.94582168	.97270004	.95212451	.962066776	.92373	.6151327	.9556029
IMBER A	.93852	.9816469	.164820282	.917349	.94697637	.913940898	.80336274	.988506	.96873397	.98199		.94419775	.95321531	.94269388	.957138934	.93569	.5956611	.9679261
ALMEX *	.84835	.9108818	.196416938	.878922	.963601077	.929194099	.83687977	.94148	.9431866	.945822	.9441978		.95352098	.91509972	.960351781	.88427	.7362373	.8958494
RAGUA B	.92569	.9529795	.213987581	.905185	.953337047	.950495027	.84253874	.961178	.93933895	.9727	.9532153	.95352098		.96637895	.948897483	.87475	.6933703	.9388588
FINBUR O	.93702	.9446846	.141782716	.882229	.94205757	.950647765	.84961064	.956454	.89403013	.952125	.9426939	.91509972	.96637895		.911165554	.82962	.6635452	.9398598
FNORTE O	.88319	.9436415	.314674276	.919631	.959074608	.901751914	.7735813	.948885	.96554839	.962067	.9571389	.96035178	.94889748	.91116555		.9498	.608343	.9094189
LSEA*	.86599	.9383493	.277404616	.942469	.884800469	.776824617	.62701606	.920621	.97240391	.923729	.9356891	.88426641	.87475093	.82961654	.949796544		.4469587	.9038381
LEKTRA*	.48319	.5423616	0.04458353	.512056	.685589322	.727709005	.78105255	.61757	.57732761	.615133	.5956611	.73623732	.69337027	.66354523	.608343024	.44696		.535536
IVEPOL 1	.95416	.9670528	.165213043	.897994	.89772495	.869322035	.75181975	.975598	.93448534	.955603	.9679261	.8958494	.93885878	.93985979	.909418902	.90384	.535536	

Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos de Yahoo Finanzas.

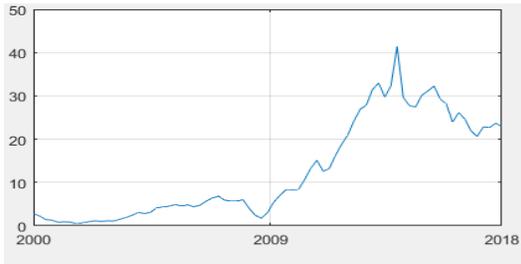
Matriz de correlaciones de las acciones de EU.

	A	MZN	D	IS	MCSA	NJ	RKB	PM	HW	CL	PD	EM	PG	G	O	EP	OST	E
A		.97233618	.93662119	.8450706	.8666166	.90671895	.92691995	.97362759	.9266252	.88142779	.89823263	.02872162	.82125603	.79809297	.81507297	.87557629	.92655285	.75655161
MZN	.97233618		.95603698	.85516909	.87705916	.91275698	.91504559	.96363027	.93532049	.88408701	.89440457	.03244742	.82080959	.79296457	.83362978	.87868493	.94261582	.76872202
D	.93662119	.95603698		.94472162	.96661172	.95700165	.9397066	.96413572	.97636628	.93276951	.92698594	0.11953865	.91608527	.83971063	.88456595	.92670157	.97109167	.85740563
IS	.8450706	.85516909	.94472162		.974538	.95943481	.94789761	.90668017	.96826036	.97249105	.95515695	0.12239521	.97945846	.91247859	.94364013	.96226801	.96629241	.9133265
MCSA	.8666166	.87705916	.96661172	.974538		.96364	.9369143	.92620224	.96524807	.95178596	.93004476	0.16333787	.95812151	.88335093	.91580102	.94534938	.95589485	.91738384
NJ	.90671895	.91275698	.95700165	.95943481	.96364		.98465695	.94441442	.98703643	.98462904	.98064125	.00777376	.96208774	.94723281	.94501334	.9865058	.98059453	.88918126
RKB	.92691995	.91504559	.9397066	.94789761	.9369143	.98465695		.95476841	.98108179	.98034797	.98895583	.06137521	.94843433	.95160251	.94130838	.98438655	.97885248	.87840376
PM	.97362759	.96363027	.96413572	.90668017	.92620224	.94441442	.95476841		.95579352	.92053785	.934457	.0084764	.87319259	.85292864	.86166292	.92412884	.9542308	.83794473
HW	.9266252	.93532049	.97636628	.96826036	.96524807	.98703643	.98108179	.95579352		.98133339	.97422043	0.01812978	.96287555	.92359923	.94723635	.97524174	.99182082	.88527961
CL	.88142779	.88408701	.93276951	.97249105	.95178596	.98462904	.98034797	.92053785	.98133339		.98254172	.02030145	.98098353	.96377247	.9702992	.98658826	.98120011	.89848837
PD	.89823263	.89440457	.92698594	.95515695	.93004476	.98064125	.98895583	.934457	.97422043	.98254172		.09016637	.95568107	.95738529	.95110651	.98923559	.97550677	.88922076
EM	.02872162	.03244742	0.11953865	0.12239521	0.16333787	.00777376	.06137521	.0084764	0.01812978	.02030145	.09016637		0.07433372	.17899672	.07495737	.08168349	0.00119923	0.04756402
PG	.82125603	.82080959	.91608527	.97945846	.95812151	.96208774	.94843433	.87319259	.96287555	.98098353	.95568107	0.07433372		.94175858	.96064563	.96292215	.95327482	.90103335
G	.79809297	.79296457	.83971063	.91247859	.88335093	.94723281	.95160251	.85292864	.92359923	.96377247	.95738529	.17899672	.94175858		.95427207	.9706151	.92552795	.87792063
O	.81507297	.83362978	.88456595	.94364013	.91580102	.94501334	.94130838	.86166292	.94723635	.9702992	.95110651	.07495737	.96064563	.95427207		.9630831	.95340436	.92351162
EP	.87557629	.87868493	.92670157	.96226801	.94534938	.9865058	.98438655	.92412884	.97524174	.98658826	.98923559	.08168349	.96292215	.9706151	.9630831		.97420238	.91334364
OST	.92655285	.94261582	.97109167	.96629241	.95589485	.98059453	.97885248	.9542308	.99182082	.98120011	.97550677	0.00119923	.95327482	.92552795	.95340436	.97420238		.89254243
E	.75655161	.76872202	.85740563	.9133265	.91738384	.88918126	.87840376	.83794473	.88527961	.89848837	.88922076	0.04756402	.90103335	.87792063	.92351162	.91334364	.89254243	

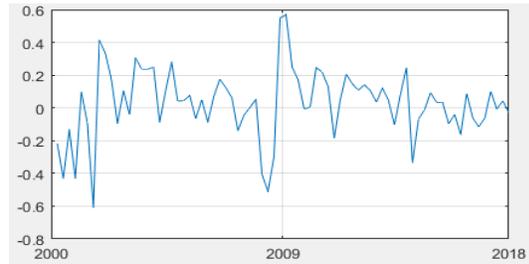
Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos de Yahoo Finanzas.

Anexo 3 Graficas de las series de datos de los precios de las acciones

Precio de cierre ALFA

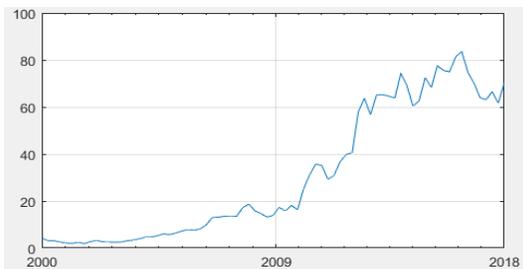


Rendimiento ALFA

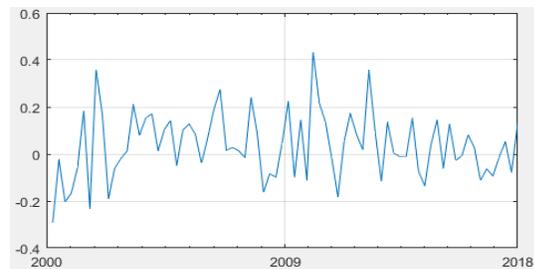


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre CARSO A1



Rendimiento CARSO A1

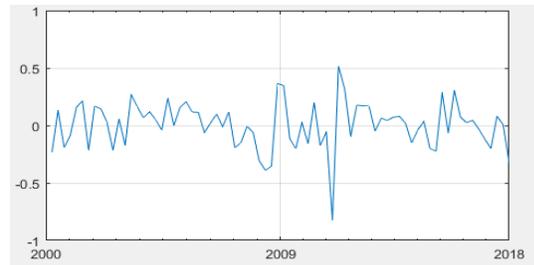


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre CEMEX CPO

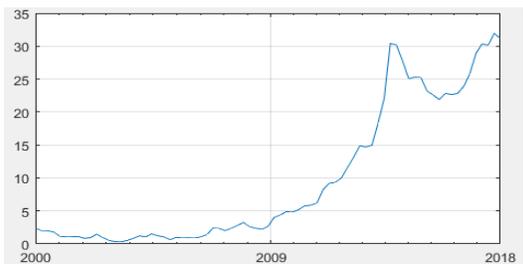


Rendimiento CEMEX CPO

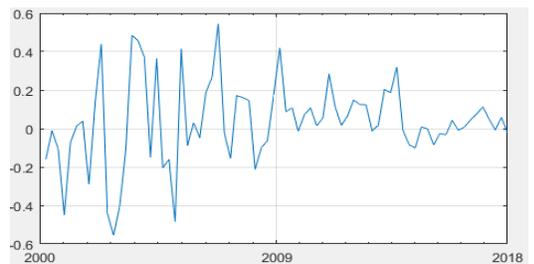


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre CYDSA A

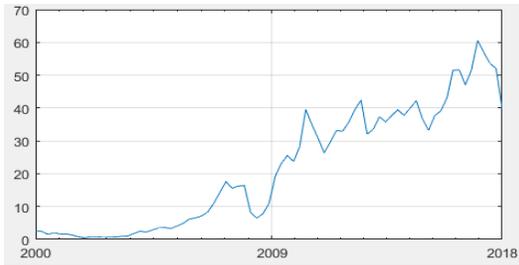


Rendimiento CYDSA A

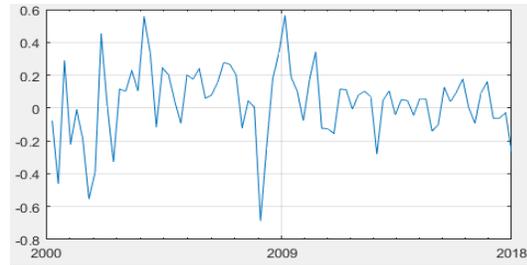


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre GMEXICO B

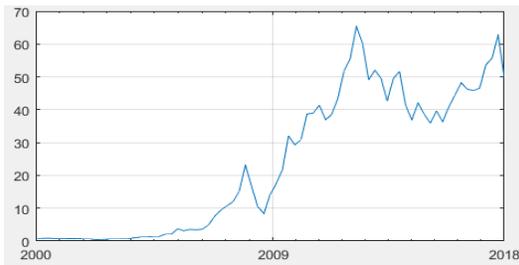


Rendimiento GMEXICO B

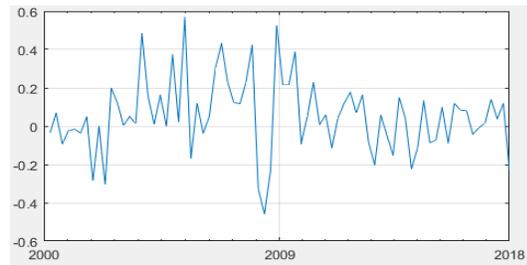


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

*Precio de cierre MEXICHEM **

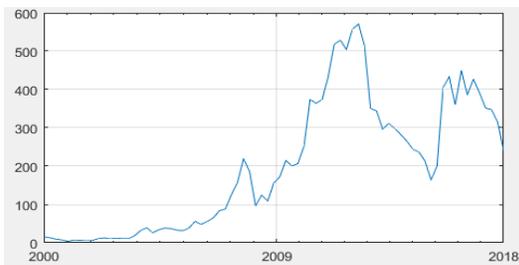


*Rendimiento MEXICHEM **

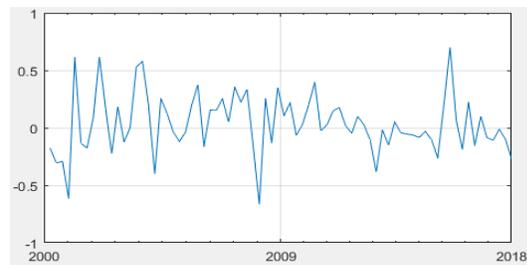


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

*Precio de cierre PEÑOLES **

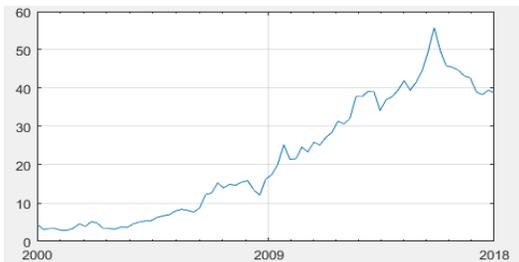


*Rendimiento PEÑOLES **

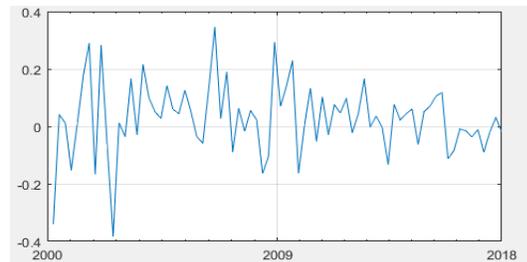


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

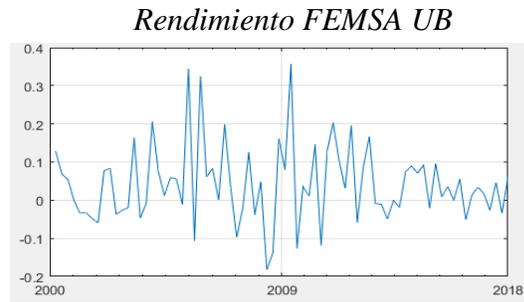
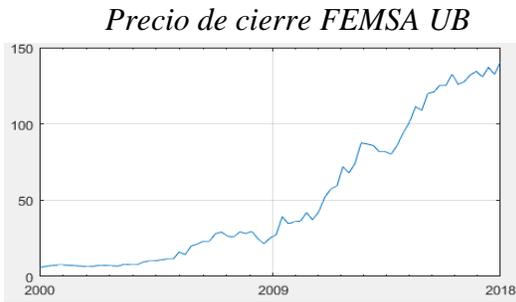
Precio de cierre BIMBO A



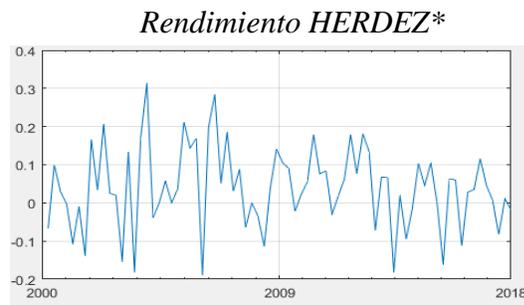
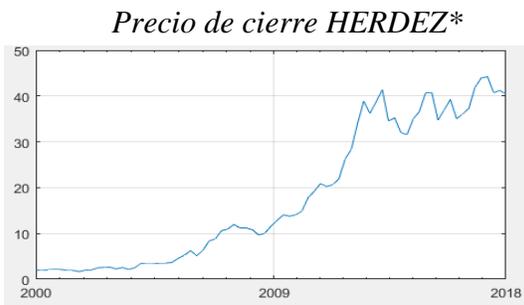
Rendimiento BIMBO A



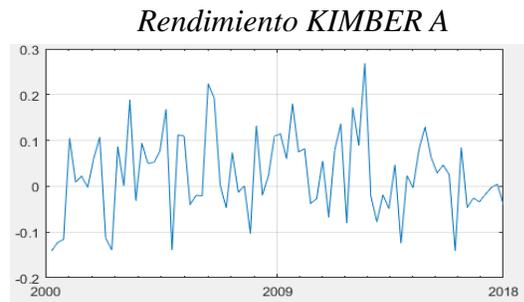
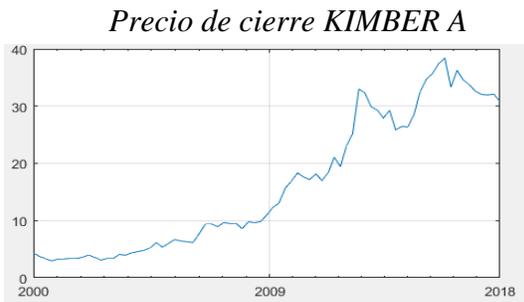
Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.



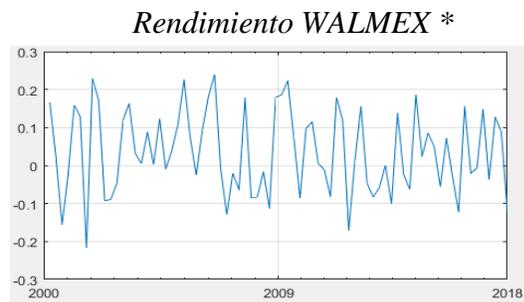
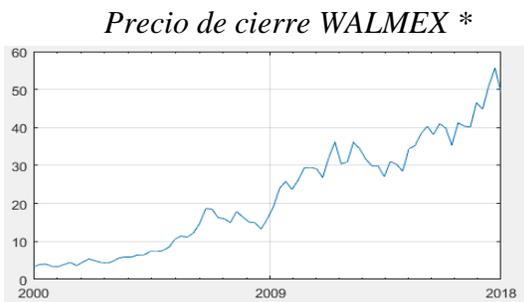
Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.



Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

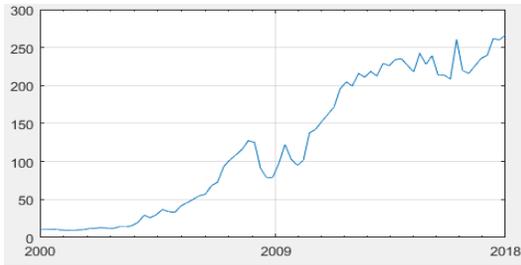


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

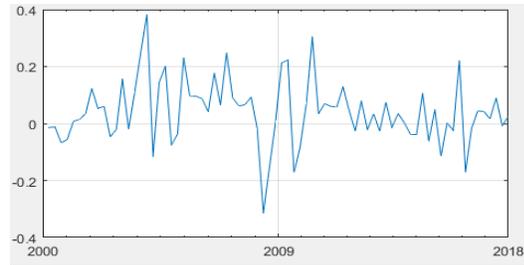


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre FRAGUA B

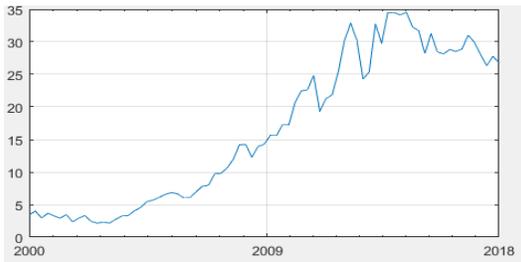


Rendimiento FRAGUA B

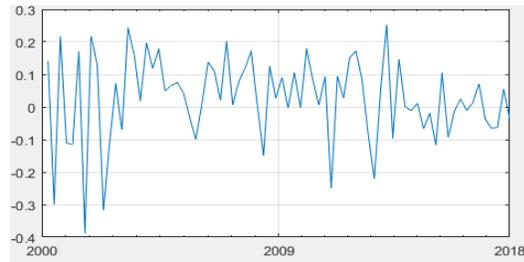


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre GFINBUR O

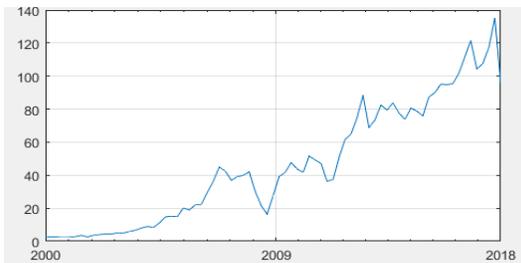


Rendimiento GFINBUR O

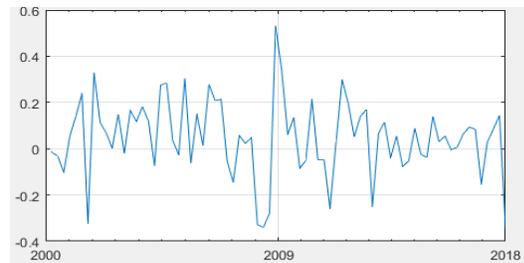


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre GFNORTE O

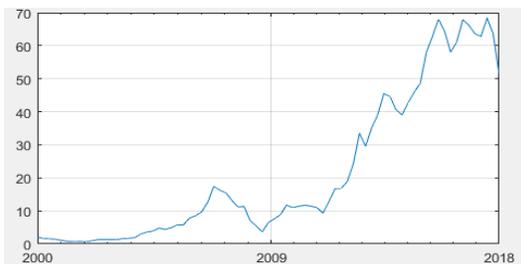


Rendimiento GFNORTE O

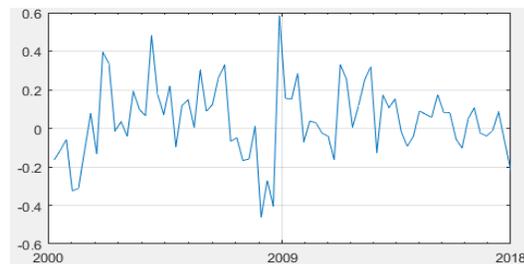


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

*Precio de cierre ALSEA**



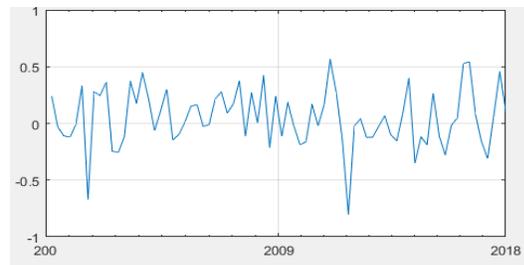
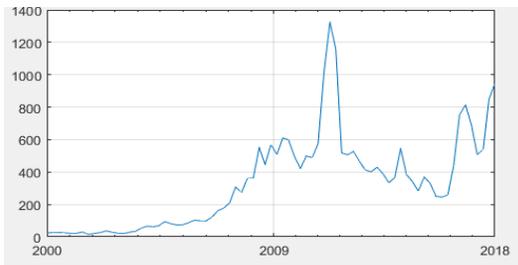
*Rendimiento ALSEA**



Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

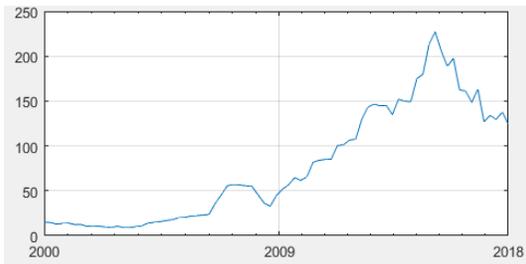
*Precio de cierre ELEKTRA**

*Rendimiento ELEKTRA**

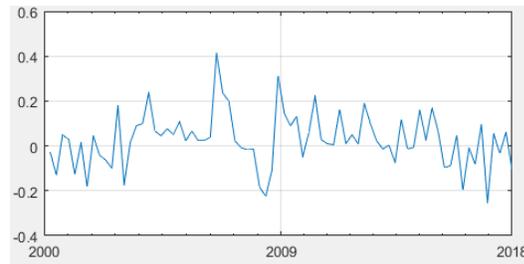


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre LIVEPOL 1

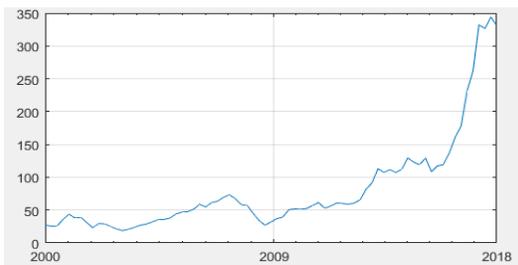


Rendimiento LIVEPOL 1

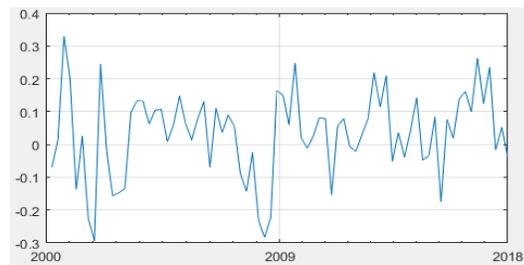


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre BA

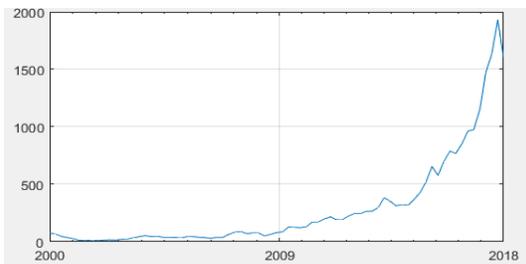


Rendimiento BA

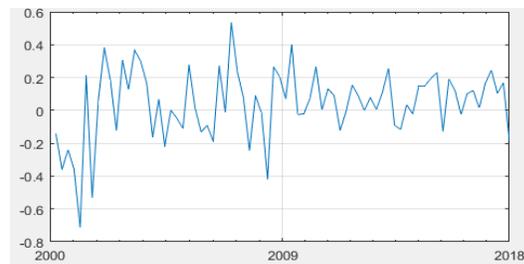


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre AMZN



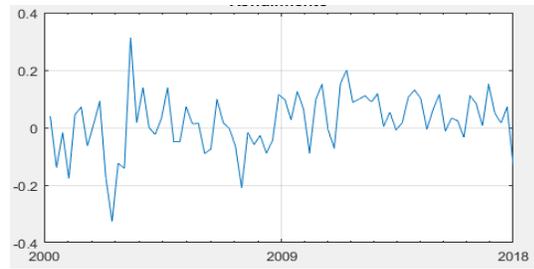
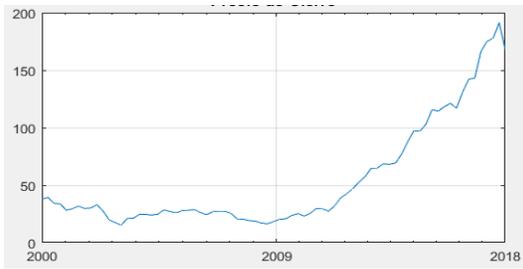
Rendimiento AMZN



Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

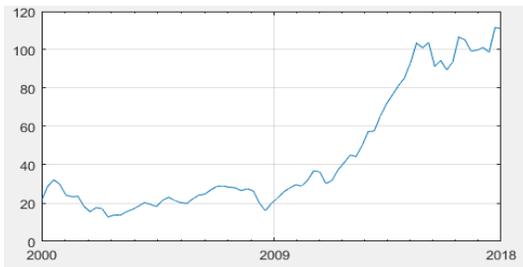
Precio de cierre HD

Rendimiento HD

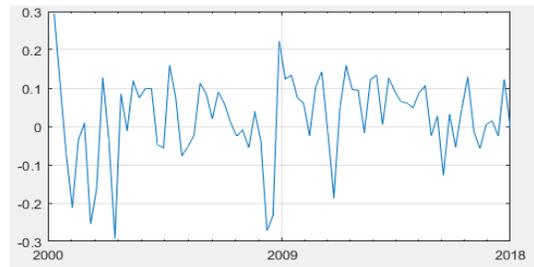


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre DIS

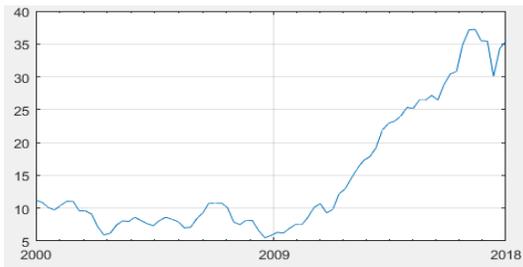


Rendimiento DIS

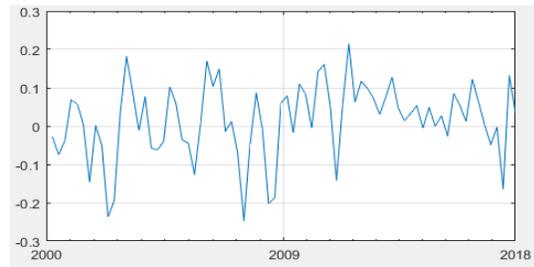


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre CMCSA



Rendimiento CMCSA

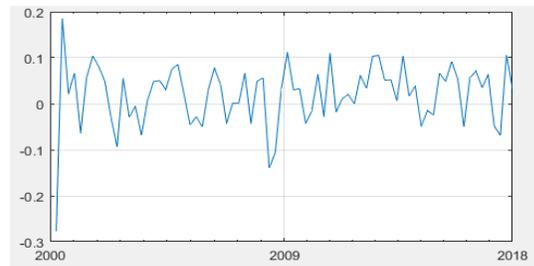


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre JNJ



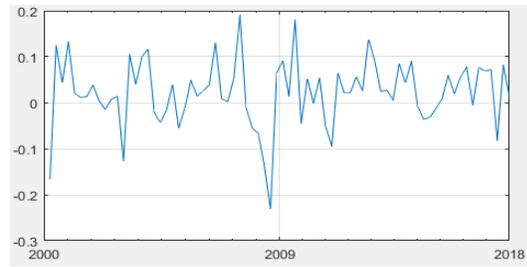
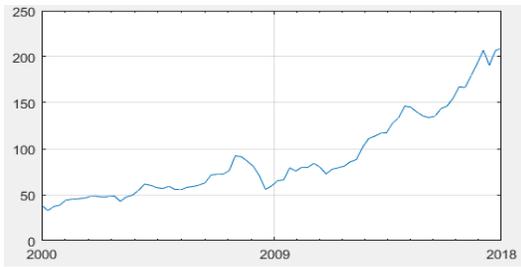
Rendimiento JNJ



Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

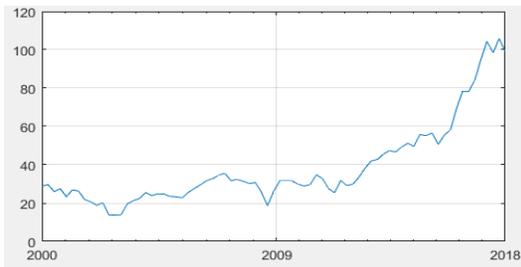
Precio de cierre BRK.B

Rendimiento BRK.B

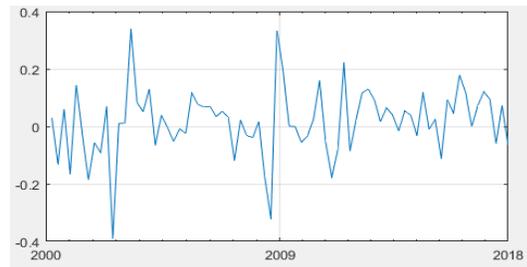


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre JPM

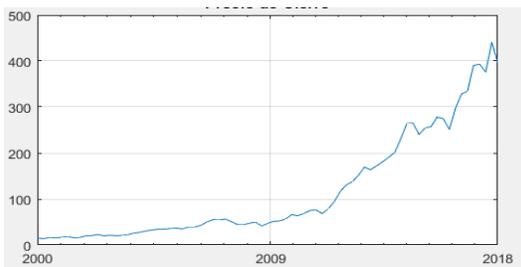


Rendimiento JPM

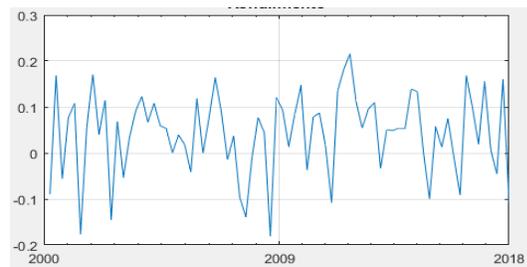


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre SHW

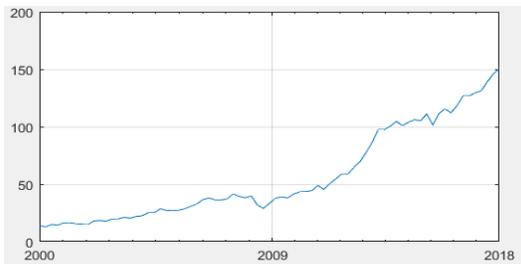


Rendimiento SHW

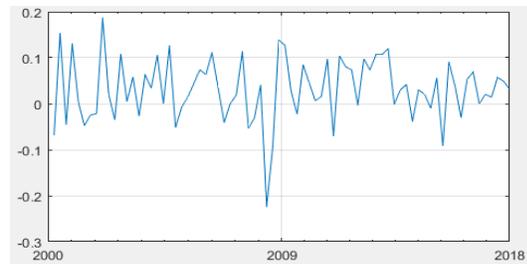


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre ECL



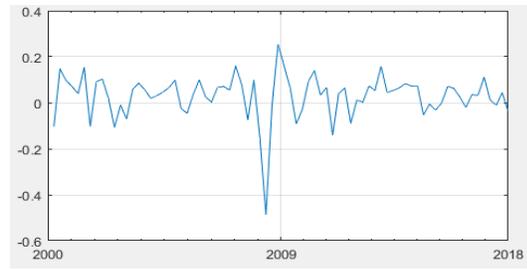
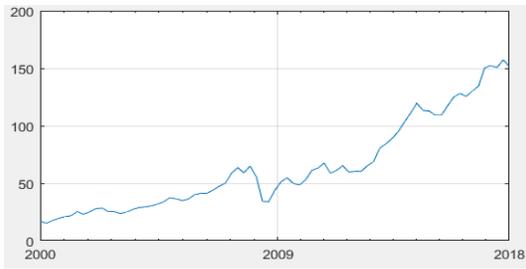
Rendimiento ECL



Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

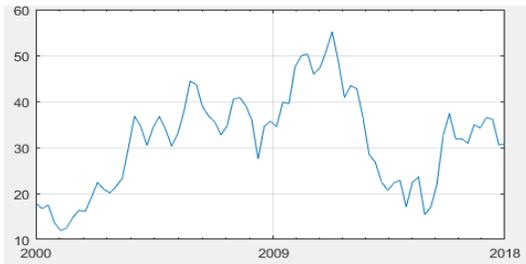
Precio de cierre APD

Rendimiento APD

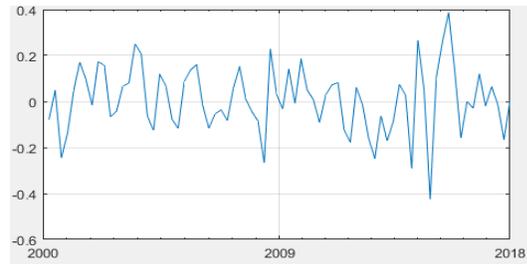


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre NEM

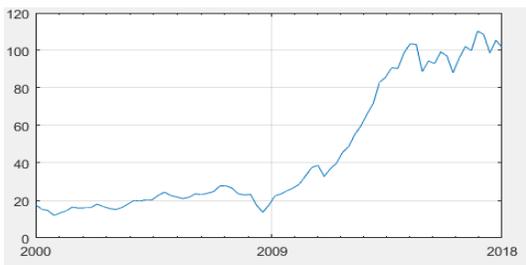


Rendimiento NEM

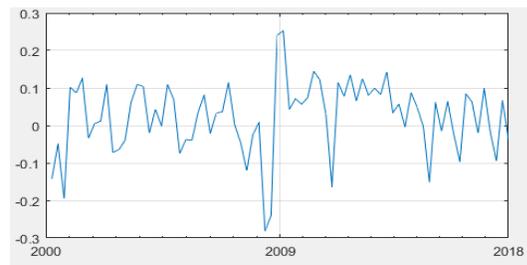


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre PPG

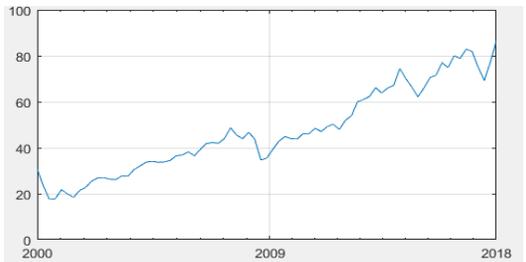


Rendimiento PPG

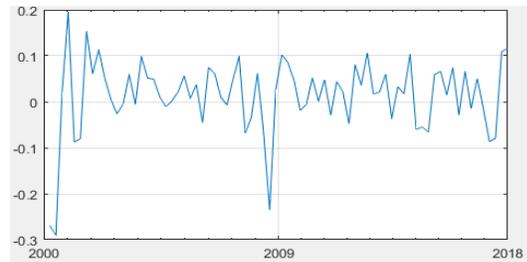


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre PG



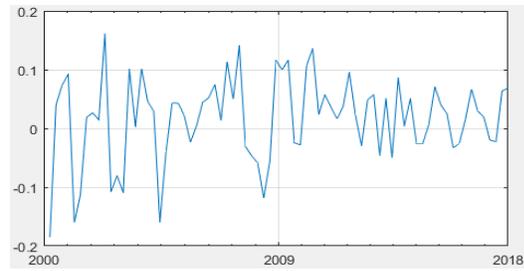
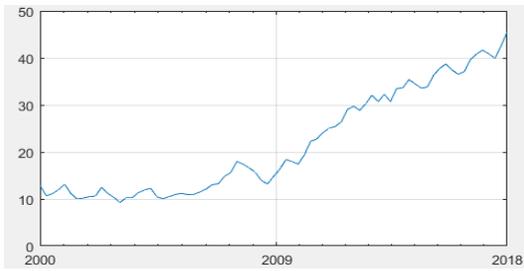
Rendimiento PG



Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

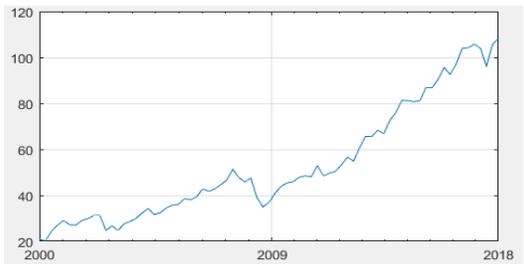
Precio de cierre KO

Rendimiento KO

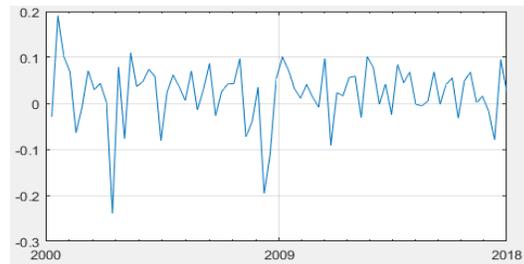


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre PEP

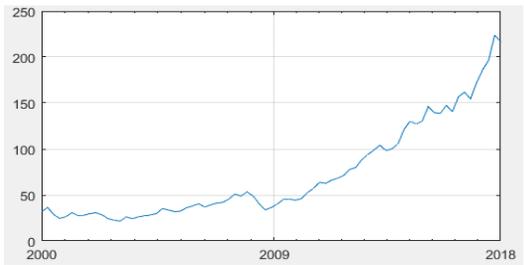


Rendimiento PEP

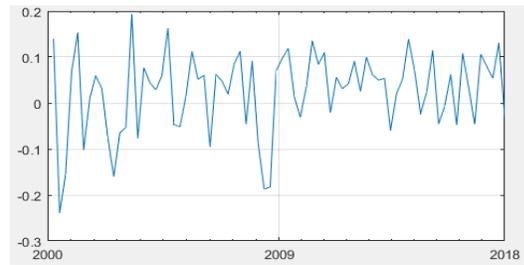


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre COST

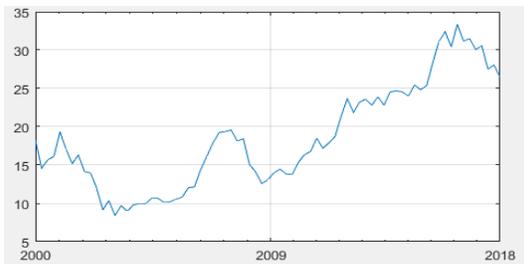


Rendimiento COST

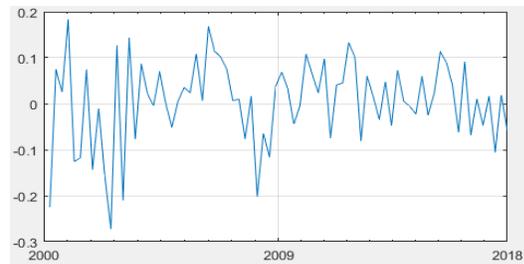


Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Precio de cierre GE



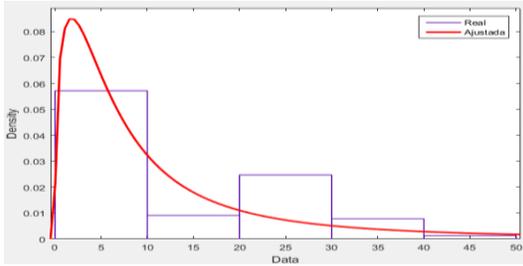
Rendimiento GE



Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Anexo 4 Graficas de las acciones ajustadas a distribuciones de probabilidad

Distribución ajustada de ALFA A



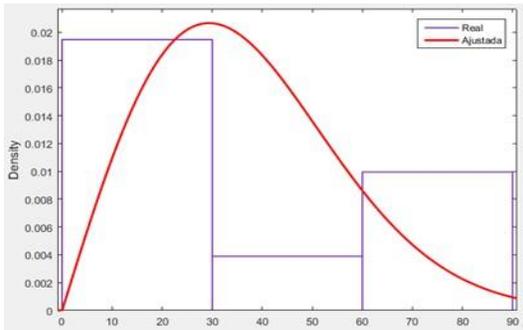
Parámetros de distribución

Distribution: Log-Logistic
 Log likelihood: -277.735
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 23.6256
 Variance: Inf

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	1.99359	0.151213
sigma	0.742083	0.0682506

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de CARSO AI



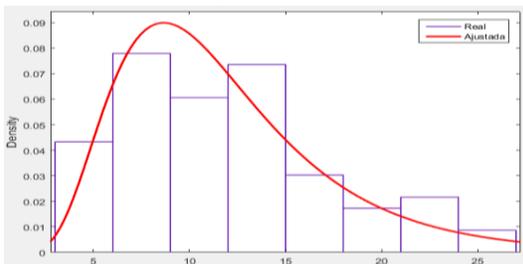
Parámetros de distribución

Distribution: Rayleigh
 Log likelihood: -381.605
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 36.7846
 Variance: 369.723

Parameter	Estimate	Std. Err.
B	29.3499	1.67237

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de CEMEX CPO



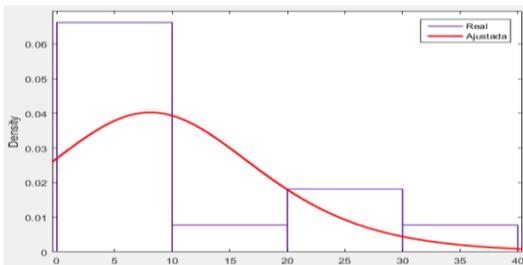
Parámetros de distribución

Distribution: Lognormal
 Log likelihood: -231.659
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 11.8986
 Variance: 33.5538

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	2.37007	0.0525569
sigma	0.461185	0.0375307

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de CYDSA A



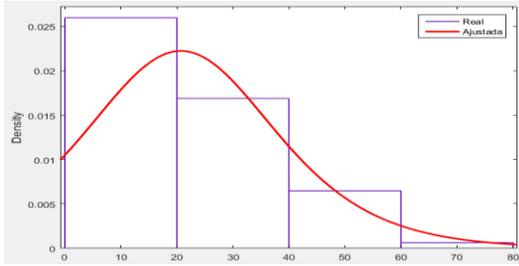
Parámetros de distribución

Distribution: Logistic
 Log likelihood: -293.327
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 8.10199
 Variance: 126.661

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	8.10199	1.25941
sigma	6.20485	0.59178

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de GMEXICO B



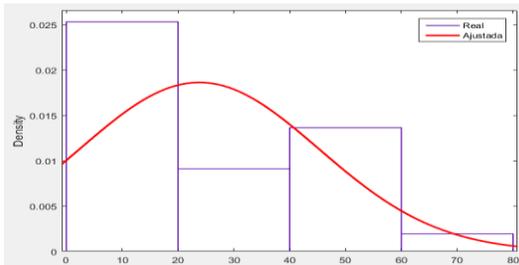
Parámetros de distribución

Distribution: Logistic
 Log likelihood: -336.749
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 20.7035
 Variance: 415.528

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	20.7035	2.31696
sigma	11.2386	1.01818

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

*Distribución ajustada de MEXICHEM **



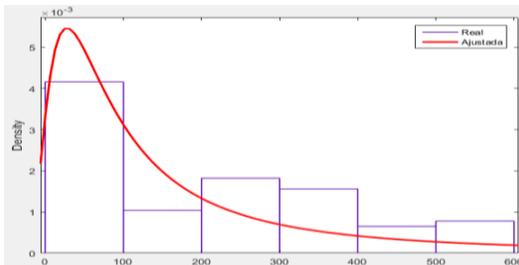
Parámetros de distribución

Distribution: Normal
 Log likelihood: -344.689
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 23.8133
 Variance: 458.552

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	23.8133	2.44033
sigma	21.4138	1.74263

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

*Distribución ajustada de PEÑOLES **



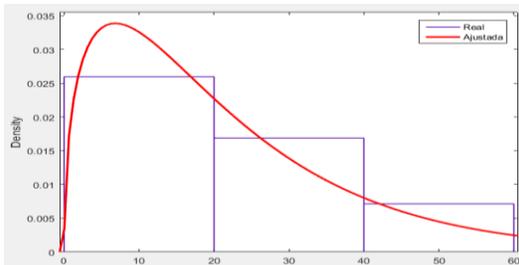
Parámetros de distribución

Distribution: Generalized Extreme Value
 Log likelihood: -498.002
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 489.805
 Variance: Inf

Parameter	Estimate	Std. Err.
k	0.811699	0.412621
sigma	87.74	20.8643
mu	68.9917	21.0814

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de BIMBO A



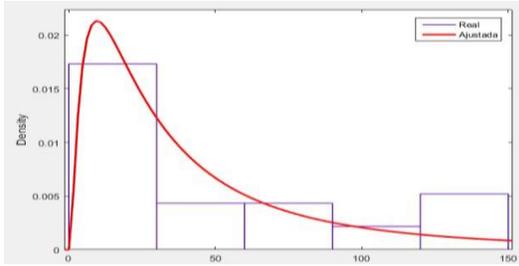
Parámetros de distribución

Distribution: Gamma
 Log likelihood: -310.123
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 21.4824
 Variance: 315.31

Parameter	Estimate	Std. Err.
a	1.46362	0.214343
b	14.6776	2.55575

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de FEMSA UB



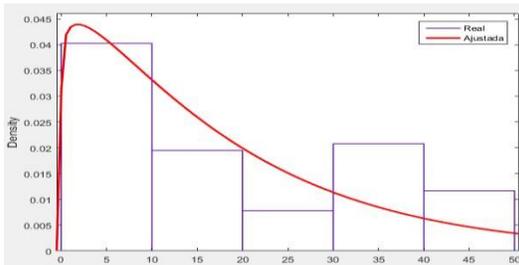
Parámetros de distribución

Distribution: Lognormal
 Log likelihood: -379.349
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 55.7398
 Variance: 6907.29

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	3.43551	0.123287
sigma	1.08184	0.0880387

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de HERDEZ*



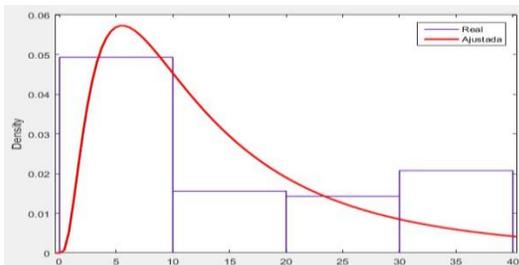
Parámetros de distribución

Distribution: Weibull
 Log likelihood: -299.615
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 18.091
 Variance: 277.847

Parameter	Estimate	Std. Err.
A	18.6705	2.06545
B	1.08634	0.101369

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de KIMBER A



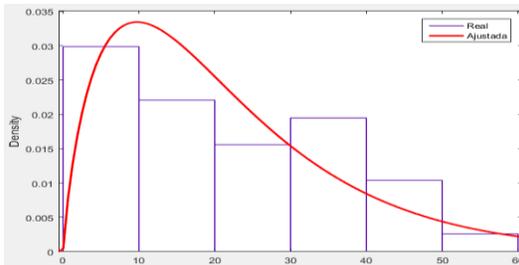
Parámetros de distribución

Distribution: Lognormal
 Log likelihood: -286.965
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 17.0015
 Variance: 322.564

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	2.45856	0.0986597
sigma	0.865735	0.0704525

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de WALMEX *



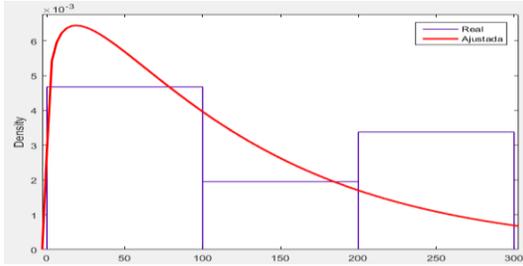
Parámetros de distribución

Distribution: Gamma
 Log likelihood: -307.232
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 21.732
 Variance: 260.491

Parameter	Estimate	Std. Err.
a	1.81303	0.269624
b	11.9865	2.05104

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de FRAGUA B



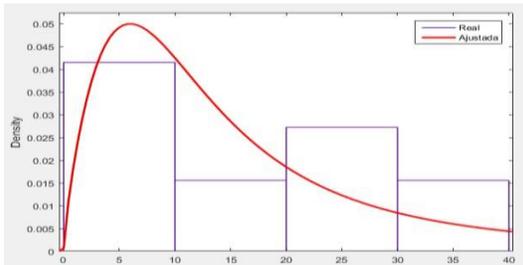
Parámetros de distribución

Distribution: Gamma
 Log likelihood: -445.973
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 121.54
 Variance: 12495.5

Parameter	Estimate	Std. Err.
a	1.18219	0.170197
b	102.81	18.3083

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de GFINBUR O



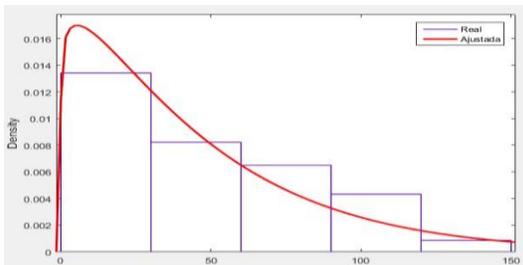
Parámetros de distribución

Distribution: Log-Logistic
 Log likelihood: -295.87
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 22.593
 Variance: Inf

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	2.51766	0.11658
sigma	0.567135	0.0518867

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de GFNORTE O



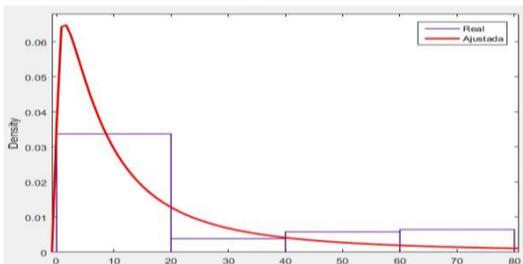
Parámetros de distribución

Distribution: Weibull
 Log likelihood: -371.349
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 45.8873
 Variance: 1744.54

Parameter	Estimate	Std. Err.
A	47.5558	5.1718
B	1.09999	0.104557

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

*Distribución ajustada de ALSEA**



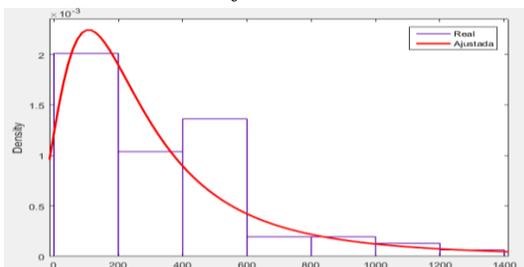
Parámetros de distribución

Distribution: Log-Logistic
 Log likelihood: -315.259
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 59.448
 Variance: Inf

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	2.35238	0.17101
sigma	0.844574	0.0784476

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

*Distribución ajustada de ELEKTRA**



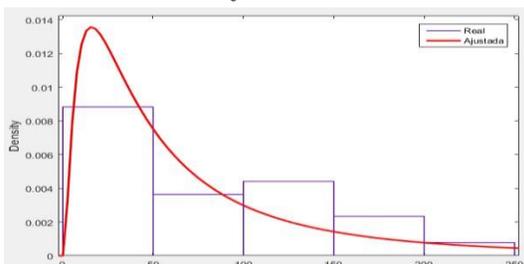
Parámetros de distribución

Distribution: Generalized Extreme Value
 Log likelihood: -535.098
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 366.342
 Variance: 365713

Parameter	Estimate	Std. Err.
k	0.381699	0.295898
sigma	174.77	31.208
mu	160.913	34.9539

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de LIVEPOL 1



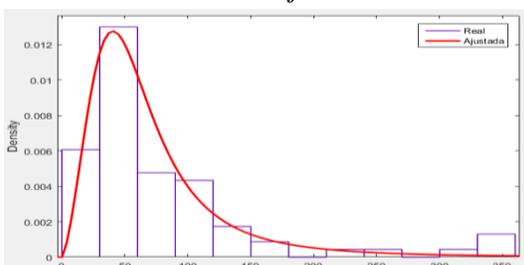
Parámetros de distribución

Distribution: Lognormal
 Log likelihood: -412.327
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 85.2854
 Variance: 15109.8

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	3.88397	0.120823
sigma	1.06022	0.0862795

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de BA



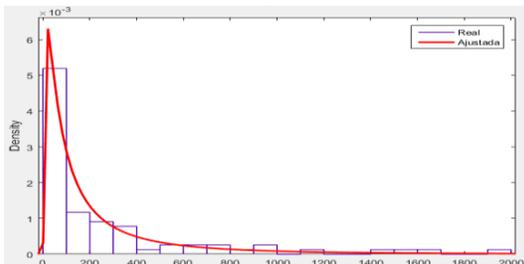
Parámetros de distribución

Distribution: Log-Logistic
 Log likelihood: -399.9
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 76.2942
 Variance: 9095.05

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	4.048	0.0807403
sigma	0.405346	0.0384384

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de AMZN



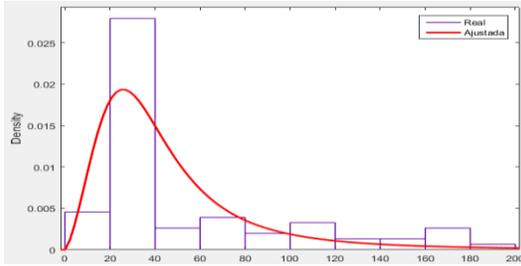
Parámetros de distribución

Distribution: Lognormal
 Log likelihood: -500.308
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 302.618
 Variance: 516407

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	4.76599	0.156793
sigma	1.37585	0.111965

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de HD



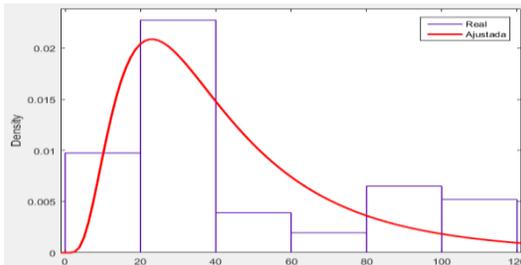
Parámetros de distribución

Distribution: Log-Logistic
Log likelihood: -370.523
Domain: $0 < y < \text{Inf}$
Mean: 50.2071
Variance: 4540.88

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	3.61495	0.083722
sigma	0.414916	0.0394535

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de DIS



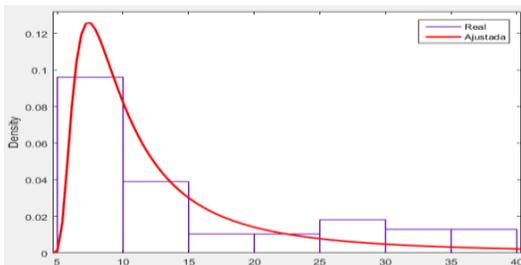
Parámetros de distribución

Distribution: Lognormal
Log likelihood: -352.982
Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
Mean: 44.7191
Variance: 1114.28

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	3.57896	0.0758404
sigma	0.665497	0.0541574

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de CMCSA



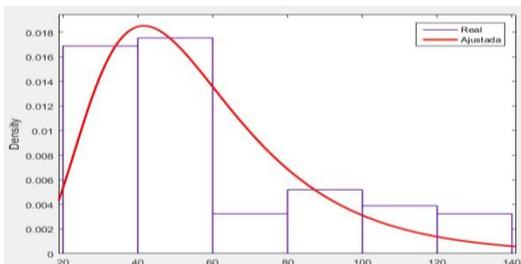
Parámetros de distribución

Distribution: Generalized Extreme Value
Log likelihood: -250.986
Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
Mean: 19.9459
Variance: Inf

Parameter	Estimate	Std. Err.
k	0.717145	0.13235
sigma	3.6021	0.52648
mu	8.98275	0.47283

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de JNJ



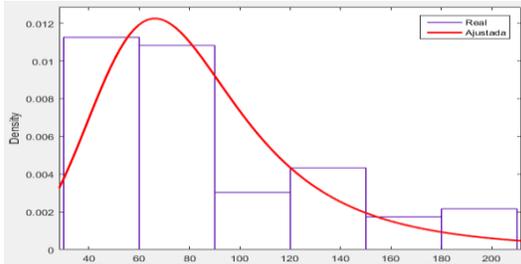
Parámetros de distribución

Distribution: Lognormal
Log likelihood: -353.474
Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
Mean: 57.4986
Variance: 798.463

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	3.94359	0.0530046
sigma	0.465114	0.0378504

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de BRK.B



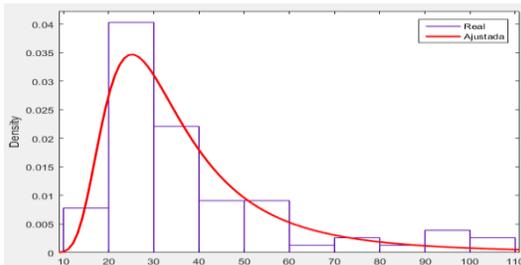
Parámetros de distribución

Distribution: Log-Logistic
 Log likelihood: -392.593
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 89.4533
 Variance: 3103.98

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	4.35785	0.0572161
sigma	0.283474	0.0264889

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de JPM



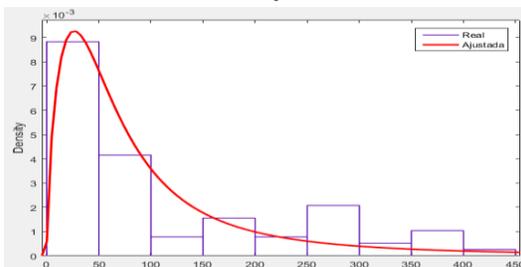
Parámetros de distribución

Distribution: Generalized Extreme Value
 Log likelihood: -319.905
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 38.8081
 Variance: 708.363

Parameter	Estimate	Std. Err.
k	0.297126	0.0908391
sigma	11.0433	1.18173
mu	27.8986	1.40616

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de SHW



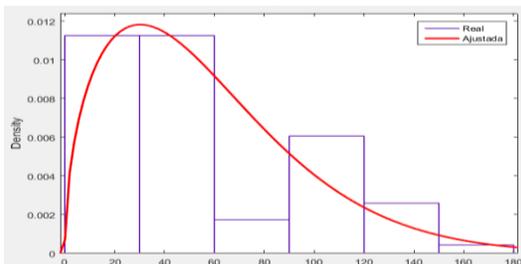
Parámetros de distribución

Distribution: Log-Logistic
 Log likelihood: -440.914
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 139.255
 Variance: Inf

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	4.18521	0.127155
sigma	0.624032	0.0576154

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de ECL



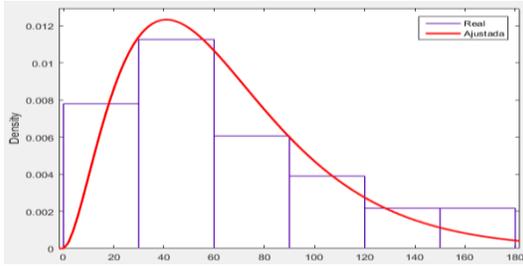
Parámetros de distribución

Distribution: Weibull
 Log likelihood: -378.818
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 56.8935
 Variance: 1494.8

Parameter	Estimate	Std. Err.
A	63.0155	5.08025
B	1.49858	0.131703

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de APD



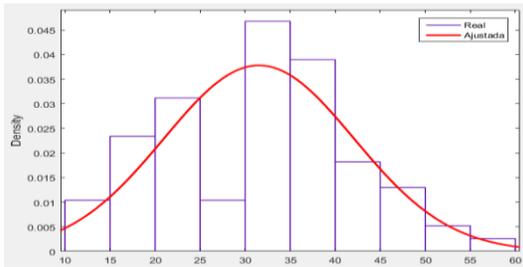
Parámetros de distribución

Distribution: Gamma
 Log likelihood: -380.523
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 64.2529
 Variance: 1494.94

Parameter	Estimate	Std. Err.
a	2.76161	0.42097
b	23.2665	3.88903

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de NEM



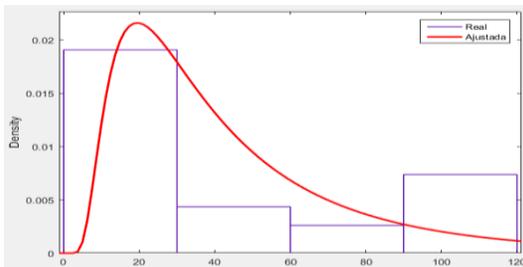
Parámetros de distribución

Distribution: Normal
 Log likelihood: -290.197
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 31.5281
 Variance: 111.352

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	31.5281	1.20255
sigma	10.5523	0.858736

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de PPG



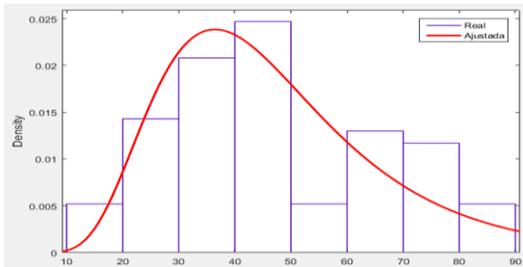
Parámetros de distribución

Distribution: Inverse Gaussian
 Log likelihood: -354.585
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 45.3903
 Variance: 1309.32

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	45.3903	4.12362
lambda	71.4237	11.511

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de PG



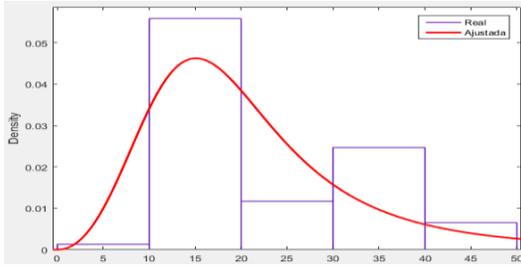
Parámetros de distribución

Distribution: Lognormal
 Log likelihood: -332.516
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 47.5039
 Variance: 436.299

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	3.77243	0.047912
sigma	0.420426	0.0342138

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de KO



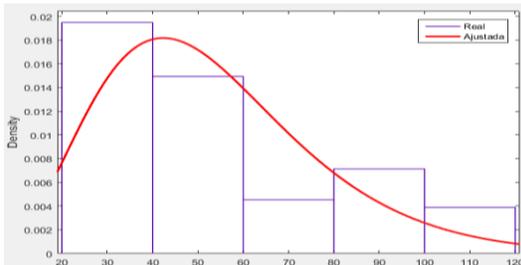
Parámetros de distribución

Distribution: Log-Logistic
 Log likelihood: -289.662
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 22.2699
 Variance: 285.837

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	2.92705	0.0665431
sigma	0.321477	0.0290344

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de PEP



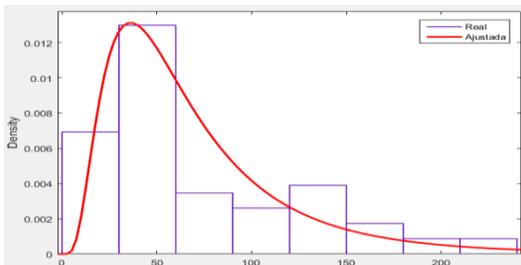
Parámetros de distribución

Distribution: Gamma
 Log likelihood: -348.734
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 53.2415
 Variance: 580.453

Parameter	Estimate	Std. Err.
a	4.88352	0.76169
b	10.9023	1.79097

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de COST



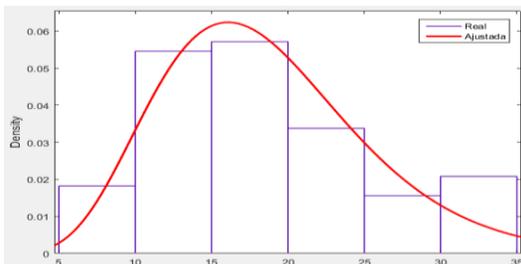
Parámetros de distribución

Distribution: Lognormal
 Log likelihood: -388.98
 Domain: $-\text{Inf} < y < \text{Inf}$
 Mean: 71.0267
 Variance: 2872.66

Parameter	Estimate	Std. Err.
mu	4.0377	0.0765076
sigma	0.671351	0.0546338

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.

Distribución ajustada de GE



Parámetros de distribución

Distribution: Gamma
 Log likelihood: -253.137
 Domain: $0 < y < \text{Inf}$
 Mean: 18.5592
 Variance: 46.0261

Parameter	Estimate	Std. Err.
a	7.48365	1.18019
b	2.47996	0.404512

Fuente: Elaboración propia utilizando el software Matlab 2015.